

PRIMER AÑO

MATEMÁTICA

PROYECTO 01

¿Cómo sorprender haciendo magia?

Autoridades

Provincia de Tucumán

Gobernador

Juan Luis Mangur

Ministro de Educación

Juan Pablo Lichtmajer

Secretaría de Estado de Gestión Educativa

Isabel Cristina Amate Pérez

Dirección de Educación Secundaria

Luis Santillán

UNICEF Argentina

Representante

Luisa Brumana

Representante Adjunta

Ana de Mendoza

Especialista en Educación

Cora Steinberg

Equipo UNICEF Planea

Cora Steinberg

Cecilia Litichever

Sandra Ziegler

Melina Furman

Elaboración del cuadernillo

Coordinación general

Cora Steinberg, Especialista en Educación de UNICEF Argentina

Coordinación ejecutiva

Cecilia Litichever, Oficial de Educación de UNICEF Argentina

Coordinación de la serie

Melina Furman, Consultora de Educación de UNICEF Argentina

Elaboración del proyecto

Laura Pezzatti

Asesoría técnica

Rebeca Anijovich

Edición: Laura Efrón y Sol Peralta

Diseño y diagramación: Gomo | Leonardo García y Fernanda Rodríguez

Segunda Edición. Actualizada a partir de los aportes de docentes y autoridades de las escuelas PLANEA 2018.

Buenos Aires, febrero de 2019.

© Fondo de las Naciones Unidas para la Infancia (UNICEF)

www.unicef.org.ar

ISBN: 978-92-806-4952-9

El uso de un lenguaje no sexista ni discriminatorio es una de las preocupaciones de quienes concibieron este material. Sin embargo, y con el fin de evitar la sobrecarga gráfica que supondría utilizar en castellano o/a para marcar la existencia de ambos sexos, hemos optado por usar el masculino genérico clásico, en el entendido de que todas las menciones en tal género representan siempre a varones y mujeres.

Se autoriza la reproducción total o parcial de los textos aquí publicados, siempre y cuando no sean alterados, se asignen los créditos correspondientes y no sean utilizados con fines comerciales.

¿Cómo sorprender haciendo magia?



Índice

Presentación	6
Introducción al proyecto	8
Secuencia semanal de trabajo	13
• Semana 1. ¿Cómo adivino rápidamente esta suma?.....	14
• Semana 2. ¿Por qué todas las restas dan lo mismo?.....	20
• Semana 3. ¿Cómo hago para adivinar tu carta?.....	23
• Semana 4. ¿Qué patrones se esconden en esta tabla?.....	28
• Semana 5. ¿Por qué adivino el número que te queda?	34
• Semana 6. ¿Qué puedo hacer para ser un buen mago?.....	41
• Rúbrica final	43
Bibliografía	46

Presentación

Este cuadernillo forma parte de una serie de materiales pedagógicos que acompañan el Programa PLANEA Nueva Escuela para Adolescentes, desarrollado por el Ministerio de Educación de la Provincia de Tucumán junto con UNICEF Argentina.

PLANEA tiene como objetivo continuar fortaleciendo la escuela secundaria provincial, promoviendo mejores condiciones para enseñar, aprender y estar en la escuela con el fin de generar más y mejores oportunidades de aprendizaje para todos los chicos y chicas de Tucumán.

En este cuadernillo encontrarán un proyecto para la enseñanza destinado a los profesores y estudiantes de primer año del nivel secundario. Se trata de un proyecto que propone abordar contenidos centrales de las distintas áreas del currículo a partir de la resolución de un “desafío central” que se va desarrollando a lo largo de las seis semanas de trabajo, a través de una serie de actividades que buscan vincular el conocimiento y los procesos de aprendizaje con el mundo real.

En cada semana se plantea una pregunta guía, anclada en las grandes ideas y modos de conocer de cada campo del conocimiento, que se aborda a través del trabajo con textos, problemas, casos, debates y otras estrategias didácticas activas que posicionan a los adolescentes en un rol protagónico y promueven el desarrollo de capacidades de planificación, resolución de problemas, colaboración y comunicación.

Los materiales ofrecen también diversas oportunidades para la evaluación formativa, de modo de acompañar a los alumnos en sus aprendizajes, y se proponen estrategias de enseñanza que consideran la diversidad inherente a cualquier grupo de estudiantes de modo de garantizar que todos y todas puedan aprender.

El proyecto culmina en una producción final en la que los alumnos dan cuenta de los aprendizajes logrados en su recorrido.

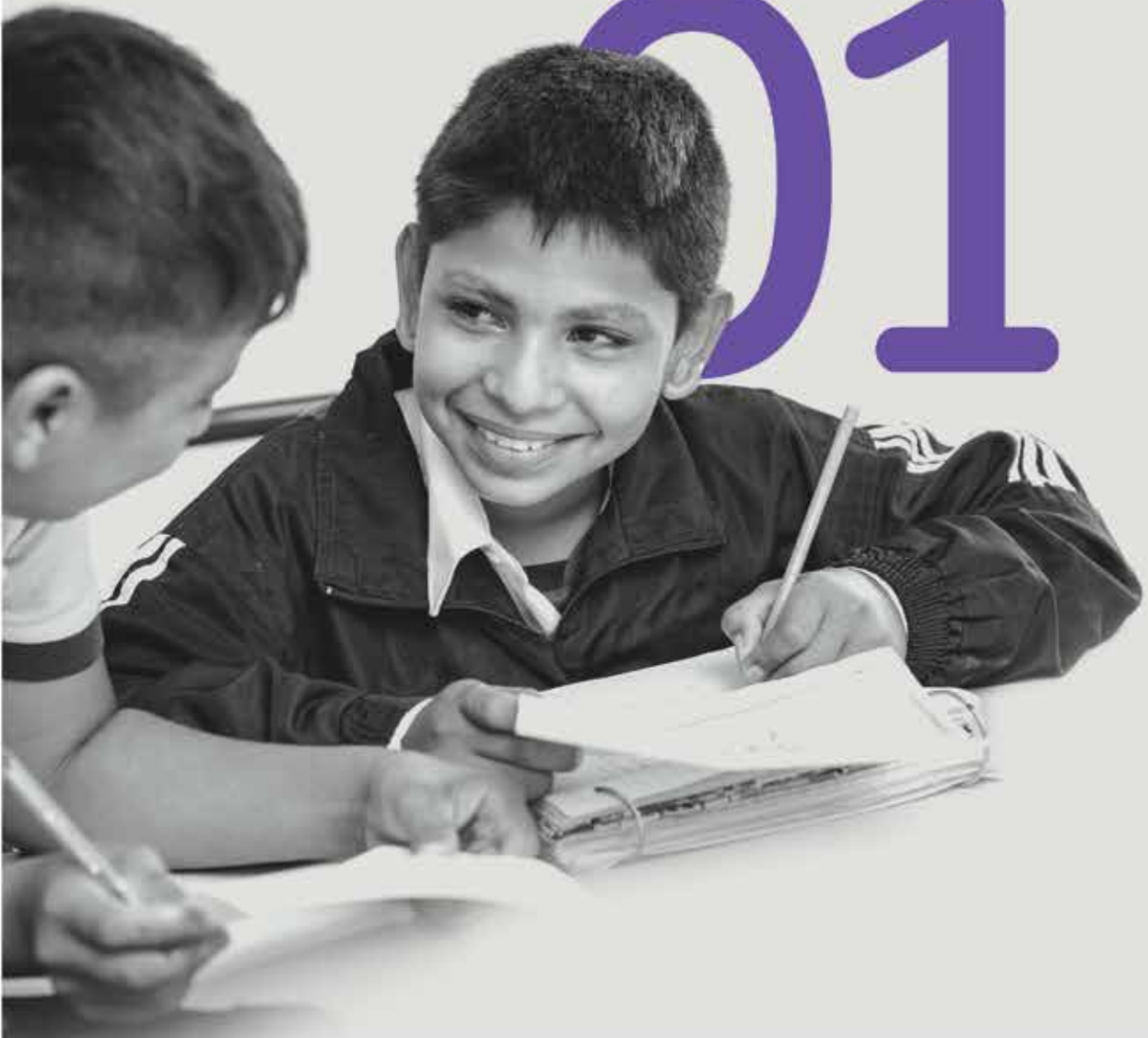


Esperamos que los profesores encuentren en este material un recurso valioso para enriquecer su práctica docente. Y deseamos, también, que puedan hacerlo propio, sumándole ideas, recursos y nuevas estrategias y adaptándolo para sus distintos grupos de alumnos, con el propósito de garantizar que los adolescentes de la provincia puedan desarrollar habilidades y saberes fundamentales para el tiempo presente y su futuro en el siglo XXI.



Introducción al proyecto

01



La magia y la matemática tienen mucho en común y eso es lo que exploraremos en el proyecto “¿Cómo sorprender haciendo magia?”. La idea general es utilizar esta intersección para, en primera instancia, motivar y acercar a los alumnos a aprender matemática, ya que en esta área es la primera barrera que tenemos que superar.

La pregunta que da nombre al proyecto nos llevará a analizar trucos de magia que esconden propiedades de números y operaciones, principalmente de números naturales. Sin duda, cuando el docente, haciendo de mago, les presente a los alumnos un truco de magia, ellos querrán saber cómo es y desearán aprender a realizarlo. Tanto al querer saber qué esconde el truco y por qué sale, como al aprender a hacerlo, estarán haciendo matemática.

Una idea que queremos que los estudiantes se lleven del trabajo con este proyecto es que la matemática está presente en diferentes áreas, inclusive en algunas atrapantes para ellos como la magia. Para eso se presentarán varios tipos de trucos que requerirán distintas habilidades para llevarlos a cabo. En la mayoría de los trucos los estudiantes tendrán que buscar patrones y regularidades y luego validarlas como parte esencial para entender cómo funcionan los trucos abordados.

Este tipo de propuestas es muy variada y abarca un amplio espectro de posibilidades para trabajar con estudiantes de primer año atendiendo a las diferentes trayectorias que traerán de su formación primaria. Por ejemplo, para preparar el truco que realizarán en el “Festival de magia” (producto final) podrán elegir los trabajados en este proyecto, que a su vez requerirán la práctica de diferentes habilidades, algunos donde se usa más la memoria, otros más el razonamiento y otros más la operatoria. Y quienes lo deseen podrán buscar otros en internet o podrán crear sus propios trucos investigando propiedades de los números y las operaciones. Además de mostrar que se han convertido en magos, en el festival de magia tendrán que brindar explicaciones u otro tipo de actividades para convencer al público de que detrás de su magia lo que hay es matemática.

A lo largo de las seis semanas del proyecto los alumnos deberán trabajar con diferentes consignas. Algunas de ellas son de metacognición, otras de evaluación y otras en las que podrán elegir alguna de las propuestas. Las podrán identificar con los siguientes símbolos:



metacognición



evaluación



elección

Recuerden que en todo momento el objetivo principal de este proyecto es el de acercar a los estudiantes a la matemática en dos sentidos: uno, que puede ser algo atractivo e interesante, y otro, que todos podemos hacer matemática.



EN CADA PÁGINA
USEN ESTA COLUMNA
LIBRE PARA HACER
ANOTACIONES

Metas de aprendizaje

Se espera que los estudiantes:

1. Desarrollen una actitud positiva hacia el aprendizaje de la matemática.
2. Vivencien que todos podemos hacer matemática significativa, lúdica y desafiante.
3. Descubran patrones en diferentes tipos de situaciones (operaciones, trucos de magia, tabla pitagórica, tabla de restos).
4. Formulen argumentos que justifiquen sus afirmaciones.
5. Construyan las nociones básicas de los números naturales (reconocimiento, comprensión del sistema decimal, valor posicional, operaciones, propiedades).

Contenidos que se abordan

Se abordarán la mayoría de los contenidos del eje “Números y operaciones” del Diseño Curricular de primer año, a saber:

- Reconocimiento y uso de los números naturales y sus propiedades. Representaciones en la recta numérica.
- Comprensión y uso de la organización decimal del sistema de numeración y sus propiedades: base, el cero, análisis del valor posicional. Uso y explicitación del valor posicional y de la jerarquía de las operaciones.
- Relaciones entre las partes y el entero. Relaciones entre ciertas fracciones y la división entera. Problemas que apuntan a diferentes significados de una fracción. Comparación de fracciones (esto se trabajará en el material complementario).
- Producción y validación sobre relaciones y propiedades de los números racionales (orden y densidad) avanzando desde las argumentaciones empíricas hacia otras más generales (esto se trabajará en el material complementario).
- Comparación y determinación de la equivalencia entre diferentes escrituras aditivas de fracciones (esto se trabajará en el material complementario).
- Acotación y aproximación de números enteros, fraccionarios y decimales.
- Resolución de problemas que posibiliten la interpretación del sentido de las operaciones con números naturales.
- Elaboración, significado, uso y fundamentación de diferentes estrategias de cálculo exacto y aproximado (mental, algorítmico y con calculadora). Producción de cálculos que combinen varias operaciones en relación con un problema, y un problema en relación con un cálculo, resolviéndolos con y sin calculadora.
- Estimación y acotación de resultados de cálculos. Análisis sobre la razonabilidad de los resultados de un cálculo antes y después de efectuados. Uso del paréntesis en el cálculo.

- Resolución de problemas que involucren operaciones (con y sin calculadora) en el conjunto de los números naturales empleando y explicitando sus propiedades (distributiva, asociativa, etc.) usando el paréntesis en los casos que así lo requieran, argumentando en cada caso su validez y jerarquía de las operaciones involucradas.
- Usar cuadrados, cubos y raíces cuadradas exactas de números naturales en la resolución de problemas.

Evaluación de los aprendizajes

Si bien mencionaremos algunos momentos de evaluación específicos, sabemos que para aprender matemática es fundamental un trabajo en clase sostenido. Por ello podrán evaluar semanalmente la predisposición y el involucramiento en las actividades planteadas como así también la participación en las puestas en común y la pertinencia de las intervenciones.

A continuación se presenta una descripción de las propuestas de evaluación, de modo de visualizar el panorama del proyecto en ese aspecto. La primera se concreta al inicio, en la Actividad 3, con una consigna de investigación sobre matemagia. Se solicita la entrega de un material de síntesis de la investigación llevada a cabo. Esto permitirá evaluar la comprensión de textos y capacidad de síntesis.

Luego, en la tercera semana, en la Actividad 6, cada pareja entregará una hoja con sus respuestas. En esta se podrá evaluar, por un lado, el avance en el entendimiento de las cuestiones planteadas, para retomar las que sea necesario posteriormente. Además este trabajo permitirá evaluar el grado de avance en las justificaciones dadas. Si bien no es la intención que a esta altura puedan realizar pruebas totalmente formales, sería conveniente ir avanzando en justificaciones lógicamente correctas.

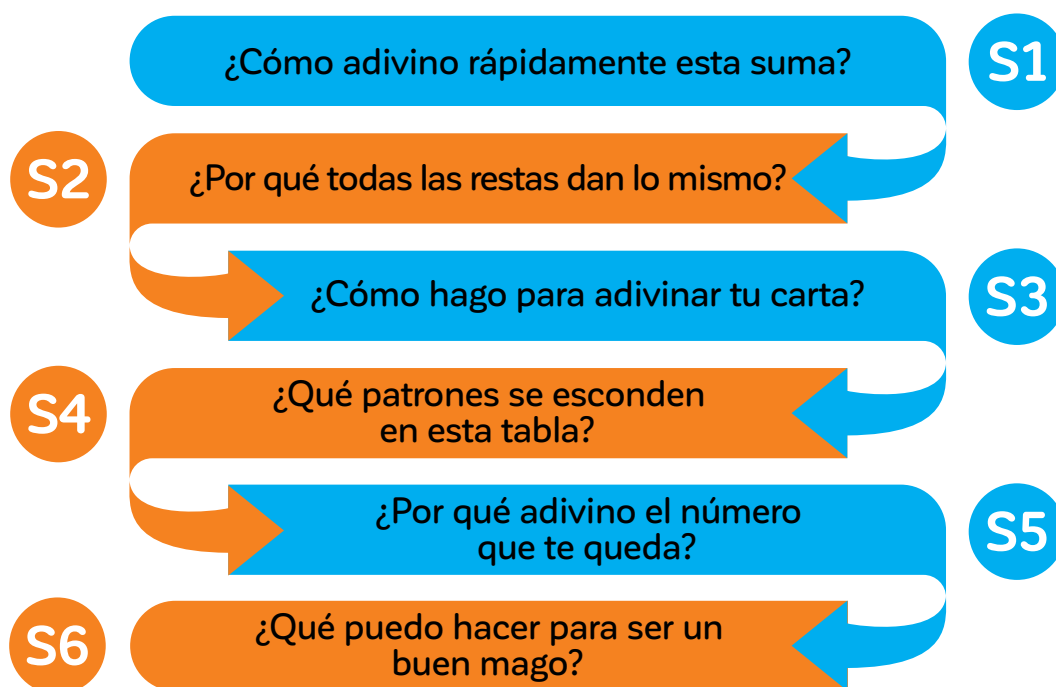
Al finalizar esa semana también se presenta una evaluación entre pares que podrán utilizar para ir monitoreando las fortalezas y las cuestiones a trabajar dentro de su grupo de estudiantes. Esta instancia permitirá tener otro reporte de cómo va el proceso de cada estudiante en relación a los contenidos y a las habilidades trabajadas. Además de realizar un informe escrito sobre las producciones de alguno de sus compañeros, cada estudiante incluirá sugerencias tanto para el compañero como para el docente. Deben evaluar si esta actividad es pertinente en este momento; podrán dejarla para otra instancia o descartarla si lo creen conveniente.

En la cuarta semana, en la Actividad 9 cada grupo entregará un afiche en donde expondrán las “verdades” que han podido descubrir. En un primer momento se podrá evaluar la validez de estas afirmaciones y eventualmente indagar cómo argumentaron. En una segunda instancia se podrá evaluar la originalidad y complejidad de las “verdades” presentadas.

En la quinta semana se propone resolver la Actividad 13 en donde cada grupo entregará por escrito el desarrollo de la consigna planteada. Con esta actividad se propone evaluar la comprensión de las operaciones básicas de los números naturales y el orden de las mismas.

Al finalizar la Semana 6, se evaluarán los productos presentados en el festival de magia.

Tabla resumen del proyecto



Secuencia semanal de trabajo



Semana 1 /

¿Cómo adivino rápidamente esta suma?



SE ESPERA QUE LOS ESTUDIANTES:

- Operen (sumen y resten) con números naturales.
- Busquen patrones.
- Generalicen procedimientos.

Como pueden observar en las metas de aprendizaje señaladas al comienzo de este proyecto, una de ellas es “que descubran patrones en diferentes situaciones”. Este objetivo va en sintonía con desmitificar que la matemática se trata solamente de números, de la popular definición “ciencia de los números”.

Hace alrededor de 30 años, con el consenso de muchos matemáticos se estableció que una posible definición corta de matemática podía ser “ciencia de los patrones”. En líneas generales, entendemos por patrones a las peculiaridades o regularidades que se pueden observar en diferentes situaciones. Por ejemplo, toda vez que multiplico un número por 5 la cifra de las unidades del resultado es 0 o 5. Este es el caso de un patrón numérico, pero los patrones pueden ser más abstractos, de forma, de comportamiento, dinámicos o estáticos, cuantitativos o cualitativos, etc.¹

A continuación se ofrece una guía para el desarrollo de las clases, en donde se listan los recursos necesarios.

Actividad 1. Truco “¡Adivino la suma!”

La primera actividad de esta semana tiene un tiempo estimado de duración de dos o tres módulos de 40 minutos y consta de tres momentos. Al finalizarla, compartan con sus alumnos en qué consiste este proyecto, contándoles que juntos armarán un festival de magia con el objetivo de transmitirle a más chicos y grandes que la matemática puede ser algo interesante y que además todos podemos entenderla.

1. Paenza, Adrián (2006). “¿Qué es la matemática?”. En *Página/12*. Buenos Aires, Argentina. <https://www.pagina12.com.ar/diario/contratapa/13-63704-2006-03-01.html>

Momento I

Comiencen la actividad presentándoles en vivo a los alumnos el truco “Suma anticipada”, que pueden ver en el link que se encuentra en esta página. Para esto designen a un estudiante para que pase al pizarrón a participar. El objetivo de esta actividad es generar interés en los chicos en descubrir por qué funciona el truco y así poder convocarlos a aprender matemática.

Repetirán si consideran necesario el truco con otros alumnos de protagonistas. Una vez que los estudiantes se hacen la pregunta “¿cómo sale?” pasamos al Momento II. Es recomendable repetirlo al menos tres o cuatro veces para que queden escritas las cuentas en el pizarrón, que luego servirán para poder descubrir los patrones en juego.



SUMA ANTICIPADA

<https://www.youtube.com/watch?v=isZJgnNfu8E>

Momento II

¿Cómo sale el truco? Armen grupos de cuatro alumnos para pensar esta y otras preguntas planteadas en la consigna “Analicemos el truco”. Después del tiempo que consideren necesario para el trabajo en pequeños grupos se hará la puesta en común en base a las preguntas presentadas y a las que puedan surgir.

Analicemos el truco



1. ¿Cómo hace el mago para adivinar la cuenta súper rápido?
2. ¿Te animás a probarlo siendo vos el mago?
3. Un amigo, que vive muy lejos, ve un video tuyo haciendo el truco y quiere aprender a hacerlo él también. Escribile un mail donde le cuentes cómo tiene que hacer para adivinar súper rápido la suma.
4. Tu amigo, el que vive muy lejos, lee tu mail y entiende lo que le escribiste, pero como es muy desconfiado quiere saber por qué funciona. Escribile otro mail explicándole a tu amigo por qué efectivamente seguir los pasos del mail anterior le garantizan el éxito en el truco.
5. ¿Qué deberíamos practicar para que nos salga bien este truco?

Momento III

En este momento de cierre el objetivo es recuperar cuáles son las ideas centrales para que este truco salga. Una de las que no debería dejar de aparecer en la puesta en común es: si a un número de cuatro cifras le sumo un número de cuatro cifras formado dígito a dígito por el dígito que le falta al número inicial para llegar a 9, entonces cuando sumo ambos números obtengo como resultado 9999.

Una pregunta que deberíamos hacer en este momento es si siempre sucede esto (es decir, que sumando dígito a dígito se obtenga el mismo resultado que cuando hacemos la suma general). La idea es que los alumnos comprendan que a veces esto no sucede, ya que por ejemplo podría “llevarme” algo del dígito anterior que tuviera que sumar al dígito siguiente. Este puede ser un ejemplo para mostrarlo: $128 + 179$. Aquí, si bien $2 + 7 = 9$, cuando hago la suma $128 + 179 = 307$ no aparece un 9 en el lugar de la decena pues “me llevaba” uno de las unidades que tuve que agregar a ese 9.

La otra idea central para que salga este truco es que la suma de los cinco números escritos la puedo pensar como *primer número escrito* + 9999 + 9999 (ya que con este criterio escribimos nosotros los números que nos tocaron) y esta cuenta la puedo pensar como *primer número escrito* + $(10.000 - 1) + (10.000 - 1) = (\text{primer número escrito} - 2) + 20.000$. ¿Por qué? ¿Cuánto da esta cuenta? Acá pueden aprovechar para recordar algunas propiedades de la suma y la resta de números naturales.

Es importante comenzar desde esta primera semana de trabajo a hacer notar la diferencia entre los pasos que hace el mago para que le salga el truco (en este caso, restar 2 a la unidad y colocar ese 2 al principio) y el argumento de por qué funciona hacer esos pasos (en este caso, haciendo la suma que detallamos antes se justifican estos pasos).

Una vez finalizada la puesta en común sobre las cuestiones relativas al truco, en la que ustedes podrán hacer las preguntas pertinentes que señalamos anteriormente –u otras que crean convenientes para avanzar en los argumentos que permiten que el truco salga–, pueden recordar qué conjunto es el de los números naturales, con qué letra se simboliza a este conjunto y las propiedades básicas de la suma (asociativa, usada para agrupar los dos números que sumaban 9999, y conmutativa, también usada anteriormente).

Actividad 2. Una idea, muchos trucos

Momento I. Ficha de truco

Propongan a sus estudiantes comenzar a armar las fichas de los trucos, que utilizarán en varios momentos a lo largo del proyecto. Para esto, den las consignas de la actividad “Ficha de truco”. Los estudiantes podrán elegir trabajar solos o en parejas con su compañero de banco.

Ficha de truco



Como buen mago debemos anotar todos nuestros trucos en un cuaderno. Podremos revisarlo cuando queramos practicar o preparar un show de magia y tener a mano todos aquellos trucos que alguna vez estudiamos.

Para esto te proponemos, cada vez que aprendas un truco nuevo, armar la ficha de ese truco. Comencemos entonces haciendo la ficha de truco que aprendimos en la actividad anterior.

FICHA DE TRUCO
• Nombre del truco:
• Materiales que necesito:
• Descripción del truco:
• Cuestiones a tener en cuenta por el mago para que le salga el truco:
• ¿Por qué funciona este truco?

Momento II. Puesta en común

Realicen una puesta en común donde los estudiantes puedan compartir lo que fueron escribiendo en cada una de las partes de la ficha. Usen este espacio para clarificar qué es lo que se espera que se registre en cada parte. Noten la diferencia entre la descripción del truco, los *tips* a tener en cuenta y el por qué del funcionamiento del truco.

Inviten a sus estudiantes a que cada vez que encuentren algún nuevo truco durante este proyecto o en internet, armen la ficha de truco para no olvidarse de nada.

Momento III. Más trucos

Indiquen a sus estudiantes a trabajar en grupos de a cuatro con las consignas de la actividad "Una idea, muchos trucos".

Una idea, muchos trucos



Muchas veces el público de nuestros shows de magia es el mismo: amigos, familiares y algunos vecinos. Esto nos lleva a tener que renovar nuestras presentaciones todo el tiempo. Ahora, no es fácil inventar nuevos trucos, con lo cual siempre es interesante poder renovarse pero utilizando algunas ideas conocidas.

Vamos a tratar en esta actividad de sacarle todo el jugo posible al truco que aprendimos previamente, ¿se animan?

Preguntas para pensar:

1. Tu amigo que vive lejos, siguiendo los consejos de tu mail, le hizo el truco a unos amigos y no le salió. El primer número que puso uno de sus amigos fue el 1241, ¿por qué te parece que no le salió? ¿Cómo podrías ayudarlo para que le salga la próxima vez?
2. ¿Cómo cambiaría el truco si en vez de escribir en total 5 números se escribieran 7? ¿Cuál sería el *tip* para adivinar rápido la suma? ¿Qué números iniciales te complicarían el truco, como le pasó a tu amigo que vive lejos? ¿Por qué?
3. Para hacer otros trucos cambiando un poco las reglas, a un amigo tuyo se le ocurre que en vez de escribir números de 4 cifras se podrían escribir números de 5 cifras? ¿Te animás a escribir los pasos del truco y las cuestiones a tener en cuenta para que el truco salga? ¿Por qué funciona el truco?

Momento IV. Puesta en común

Realicen una puesta en común de las preguntas anteriores, inviten a sus estudiantes a compartir lo que fueron pensando o sumar ideas a lo dicho por los compañeros.

Se puede utilizar la puesta en común para hacer dos generalizaciones; la primera en relación a lo que ocurre cuando los números involucrados tienen más o menos cantidad de cifras. Esta generalización es bastante sencilla pues sirven los dos mismos argumentos anteriores, pero poniendo más nueves y en consecuencia más ceros. La segunda generalización tiene que ver con qué pasa cuando en vez de sumar cinco números sumo más números, ¿puede ser una cantidad par? ¿qué ocurre con los dos argumentos anteriores? ¿se conservan? El primer argumento es el mismo, ya que sirve para sumar de a dos números. En el segundo lo único que cambia es que por ejemplo si tengo siete números

quedará la suma igual a *primer número escrito* + 9999 + 9999 + 9999 = (*primer número escrito* - 3) + 30.000, ¿cómo quedará la cuenta si tengo nueve u once números escritos? Con nueve números escritos la suma queda: (*primer número escrito* - 4) + 40.000, ¿por qué? Con once números escritos la suma queda: (*primer número escrito* - 5) + 50.000, ¿qué tengo que tener en cuenta para que sea fácil adivinar el resultado? Esta pregunta apunta que al tener que restar 4 o 5, si el *primer número escrito* tiene un número en las unidades menor a estos números tendré que “pedirle prestado” a las decenas y esto hará que me de un resultado no tan fácil de calcular mentalmente como los anteriores.

Actividad 3. Investigación sobre matemagia

Esta actividad tiene un tiempo estimado de un módulo de 40 minutos. Los alumnos, que trabajarán en parejas, deben realizarla como tarea para la semana siguiente. El objetivo es investigar qué es la matemagia, quiénes son las personalidades que más han impulsado esta intersección entre magia y matemática y extraer alguna idea que les interese de lo que han leído.



Propongan a los alumnos realizar esta investigación, cuyo resultado será plasmado sintéticamente en (a elegir por la pareja entre las tres opciones):

- video de dos minutos (puede grabarse con la computadora o el celular)
- dibujo/esquema en afiche u hoja A4
- texto escrito en un carilla.

El material producido en estas investigaciones será compartido en el festival de magia. Recuerden que uno de los objetivos del festival es incentivar a que más gente disfrute de la matemática y que vea que puede comprenderla.

Sería interesante que surja en esta parte el nombre de Martín Gardner, uno de los referentes más significativos en lo referido a matemática recreativa.

Semana 2 /

¿Por qué todas las restas dan lo mismo?



SE ESPERA QUE LOS ESTUDIANTES:

- Operen (sumen y resten) con números naturales.
- Busquen patrones.
- Generalicen procedimientos.



¡PIENSA UN NÚMERO!

[https://www.](https://www.youtube.com/watch?v=a9lxK13TBTA)

[youtube.com/](https://www.youtube.com/watch?v=a9lxK13TBTA)

[watch?v=a9lxK13TBTA](https://www.youtube.com/watch?v=a9lxK13TBTA)

Actividad 4. Suma de dígitos

Momento I. Truco en vivo

Realicen el truco de magia “¡Piensa un número!” con sus alumnos con la intención de cautivar su interés para pensar cómo sale el truco.

Momento II. Ficha de truco

Propongan a sus estudiantes elegir si quieren trabajar en parejas o en grupos de a cuatro para poder realizar la ficha de este truco.

Momento III. Puesta en común

Realicen una puesta en común con la intención de compartir las ideas y las cuestiones que registraron en la ficha de truco. Utilicen este espacio para volver a hacer énfasis entre las diferencias entre la descripción del truco, lo que tiene que saber el mago para que le salga y por qué funciona. Es una buena instancia para hacer notar la importancia de dar argumentos para sostener afirmaciones.



Momento IV. Rutina de pensamiento. ¿Qué aprendiste con esta actividad?

Den cinco minutos a sus estudiantes para que puedan pensar qué aprendieron en el transcurso de esta actividad y que puedan tomar nota de esos aprendizajes. Si lo creen conveniente, pueden invitar a los que deseen a compartir lo que anotaron.

Actividad 5. Truco “Adivino la resta”

Esta actividad tiene una duración estimada de dos o tres módulos de 40 minutos, consta de cuatro momentos y se basa en la operación de Kaprekar. Antes de empezar la dinámica tienen que preparar un sobre (o los que sean necesarios, si quieren darle uno a cada alumno) que contenga escrito el número “495”.

Momento I

Presenten en el pizarrón los siguientes pasos que definen la operación de Kaprekar² y evalúen si se comprende la operación a realizar.

Operación de Kaprekar:

- **Paso 1.** Con los dígitos del número que tenemos formamos el menor número posible. Por ejemplo, con el número 581, el menor número posible usando sus dígitos es 158. Si el número tiene un cero, por ejemplo, 580, entonces el menor número posible que se forma con sus dígitos es 058, es decir, dejamos el 0 en el primer lugar.
- **Paso 2.** Con los dígitos del número que tenemos formamos el mayor número posible. Por ejemplo, con el número 581, el mayor número posible es 851.
- **Paso 3.** Restamos el mayor (obtenido en el Paso 2) menos el menor (obtenido en el Paso 1). Por ejemplo, con 581 nos quedaría la resta $851 - 158$, que da como resultado 693.

Momento II

Presenten en vivo el siguiente truco que está basado en la operación de Kaprekar. Una vez que ustedes lo realizaron frente a la clase, coordinen la dinámica de trabajo individual entregando la consigna “Aplicemos la operación de Kaprekar” a sus alumnos, junto con el sobre con el número “495” que mencionamos con anterioridad. Es conveniente que hayan quedado escritos en el pizarrón los tres pasos con sus ejemplos de la operación de Kaprekar y que garanticen el tiempo necesario para que los alumnos puedan hacer las cuentas.

Aplicemos la operación de Kaprekar



- Cada uno de ustedes va a elegir un número de tres dígitos que no sea capicúa y lo va a escribir en su cuaderno.
- A ese número le van a aplicar la operación de Kaprekar vista anteriormente.
- Al resultado que obtuvieron le van a aplicar la operación de Kaprekar.
- Repetirán esto en total cinco veces y confeccionarán una lista que tendrá el número que eligieron y cada uno de los cinco resultados de aplicar esas cinco veces la operación de Kaprekar al número obtenido anteriormente.
- Abran el sobre y comparen el último número y el que está en el sobre.

2. El nombre de esta operación, al igual que la constante, se debe a que fue introducida por el matemático indio Dattatreya Ramachandra Kaprekar en 1949 en la revista *Scripta Mathematica*

La idea es nuevamente generar sorpresa e interés para luego trabajar grupalmente.

Momento III

Trabajo en grupos de cuatro alumnos. Propongan la Guía de preguntas y al finalizar el tiempo de trabajo conjunto un representante de cada grupo presenta oralmente tres conclusiones a las que llegaron. No es necesario que respondan todas; la intención de esta actividad es que puedan hacer una investigación y comunicar oralmente sus resultados.

Guía de preguntas



1. ¿Todos llegaron a obtener el número 495 después de realizar cinco operaciones de Kaprekar? Los que no, ¿por qué no llegaron?
 2. ¿Qué resultado obtenemos si al 495 le aplicamos la operación de Kaprekar?
 3. ¿Qué ocurre si comenzamos con un número de dos cifras?
 4. ¿Se animan a investigar qué pasa si usamos números de cuatro cifras?
 5. ¿Qué otros patrones encontraron?
 6. ¿Encuentran alguna explicación de por qué sucede esto?
-

Momento IV

Después de que el representante de cada grupo presente las tres conclusiones a las que llegaron, retomen la exposición comentando sobre la constante de Kaprekar. Puede ser algún comentario histórico o bien presentar preguntas que aún siguen abiertas en relación con esta constante. Es un tema muy interesante para poder ejemplificar que la matemática aún sigue en descubrimiento.

Semana 3 /

¿Cómo hago para adivinar tu carta?

SE ESPERA QUE LOS ESTUDIANTES:

- Operen con números naturales (suma, resta y multiplicación).
- Busquen patrones.
- Analicen la validez de ciertas afirmaciones.
- Argumenten porqué es válida o no una afirmación.



Actividad 6. Truco ¡Adivino la carta que elegiste!

Esta actividad tiene un tiempo estimado de dos módulos de 40 minutos y se realiza con un mazo de cartas.

Momento I

Presenten en vivo delante de todos el truco “¡Adivino la carta que elegiste!” con uno, dos o tres alumnos protagonistas o, si lo creen conveniente, directamente comienzan con las consignas propuestas en “Preguntas para adivinar la carta”.

Descripción del truco: ¡Adivino la carta que elegiste!

En este truco el mago propone al protagonista que escoja una carta y que no se la muestre. Una vez sacada la carta, le pide que duplique el número que le ha tocado. Al número que resulta le debe sumar 1 y luego multiplicar ese resultado por 5. Ahora, si la carta es de oro hay que sumar 4, si la carta es de copa, añadir 3, si es de espada hay que sumar 2 y si es de basto 1. Luego el protagonista dice al mago el número que obtuvo tras hacer esas cuentas y el mago dice qué carta había escogido el protagonista al inicio del truco.

Preguntas para adivinar la carta



1. ¿Qué número le digo al mago si la carta que tengo es el 8 de copas?
2. ¿Qué números se obtienen si el número de mi carta es 6 (considerar todos los palos)?
3. ¿Qué números se obtienen si mi carta es de basto?
4. ¿Qué carta tengo si dije “39”?
5. ¿Cómo hace el mago para adivinar la carta?
6. ¿Por qué funciona este truco?

Momento II

Pregunten a sus estudiantes: ¿Alguien se anima a hacer el truco para todos? Si alguno se anima hay que habilitarlo a que haga el truco en vivo.

Momento III

Puesta en común de las preguntas trabajadas en parejas. El objetivo es que todos vean la correspondencia biunívoca entre cartas y números. No es necesario forzar ninguna conclusión. Se seguirán trabajando en las actividades siguientes algunas de estas cuestiones.



Actividad de evaluación: cada pareja entregará una hoja con las respuestas correspondientes. Luego de la corrección del docente, las ideas que consideren podrán ser revisitadas en la puesta en común de la clase siguiente.

Actividad 7. Retomando algunas cuestiones

Esta actividad tiene un tiempo estimado de dos módulos de 40 minutos.

Momento I

Inviten a sus estudiantes a trabajar con la consigna “¿Verdadero o falso?” en grupos de cuatro alumnos.

¿Verdadero o falso?



Decidan si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

Justifiquen.

1. Si a un número cualquiera lo multiplicamos por 2 y luego al resultado lo multiplicamos por 5 entonces se obtiene un número terminado en 0.
 2. Si a un número impar lo multiplicamos por 5 entonces se obtiene un número terminado en 5.
 3. Si a un número lo multiplicamos por 9 y sumamos todos los dígitos del resultado, obtenemos un múltiplo de 9.
 4. Si multiplicamos una cantidad par de números impares obtenemos como resultado un número par.
 5. Todo número múltiplo de 4 es también múltiplo de 8.
-

Momento II

Puesta en común del trabajo realizado anteriormente. Generen debate y repregunten. En esta actividad hay dos dificultades generales que seguramente se

les presenten a los alumnos y en las que queremos empezar a profundizar. La primera es si alcanza con probar con algunos ejemplos para poder afirmar una conclusión general. La segunda es el tema de las implicaciones lógicas, si va para un lado, para el otro o valen ambas.

Es muy importante empezar a trabajar estas dos cuestiones para que los estudiantes puedan apropiarse de ellas y empiecen a poder enunciar y argumentar sus conclusiones. En esta línea debemos repreguntar en la puesta en común. Por ejemplo, en los ítems 1, 2 y 3, como las conclusiones son verdaderas y necesitamos argumentar algo para una cantidad infinita de números, cada vez que los estudiantes hablen de ejemplos concretos debemos preguntar “¿Alcanza haber probado con esos ejemplos para poder concluir esto? ¿Por qué? ¿Deberíamos probar con más números? ¿Esto nos alcanzaría?” e intentar generar debate con las respuestas que ellos produzcan, tratando de que el resto pueda ponerse a favor o en contra de lo que dijo un compañero y estableciendo algún nuevo argumento.

En este sentido se pueden ofrecer situaciones de la vida real, como por ejemplo si podemos concluir que todos los argentinos son de Boca habiéndole preguntado a 10/100/1000 personas que contestaron ser de Boca. Hacer paralelismos con cuestiones más tangibles suele servir para que repiensen sus argumentos. Debe quedar la idea de que no alcanza con probar algunos ejemplos para establecer una afirmación de forma general.

¿Qué pasa con los ítems 4 y 5? En este caso, como lo que se afirma no sucede para todos los números, alcanza con encontrar un ejemplo que no cumpla la afirmación general, es decir, un contraejemplo. Evitar generalizar que si es verdadero tengo que dar un argumento general y que si es falso alcanza con un contraejemplo, porque esto depende de cómo estén formuladas las afirmaciones, con lo cual conviene que los alumnos puedan pensar en cada caso si deben dar un argumento general porque hablan de muchos (aunque en este caso sería válido probar con esos muchos, pero deben probarse todos) o infinitos casos o si un contraejemplo les alcanza para argumentar su conclusión.

Si bien en los ítems 4 y 5 sí alcanza con un ejemplo que contradiga la afirmación, trabajen en todos los ítems con las mismas preguntas e intentando que debatan y se establezcan diferentes tipos de argumentos para que puedan empezar a comprender estas cuestiones que requieren un trabajo sostenido en la clase de matemática. En el ítem 5, después de trabajar esa afirmación particular convendría preguntar qué pasaría si dijera “todo múltiplo de 8 es múltiplo de 4” para fortalecer la idea de implicación.

Respecto al trabajo con el concepto de multiplicación sería interesante que surjan las siguientes cuestiones y si bien no apelamos a una demostración formal de las mismas, sí es conveniente que puedan avanzar en argumentaciones generales. Cuestiones:

- Todo número múltiplo de 10 termina en 0 y todo número terminado en 0 es múltiplo de 10.
- Vale la propiedad asociativa, lo que nos conduce a que el ítem 1 sea verdadero.
- Significado de número par como un múltiplo de 2 y número impar como un múltiplo de 2 al cual le sumé uno.
- Comprender que “ser múltiplo de k ” significa que ese número puede escribirse como “ $k \times$ alguien”.

Momento III. Ficha de truco

Una vez que han trabajado con los argumentos que se necesitan para poder entender por qué funciona el truco que se trabajó previamente, inviten a sus estudiantes a completar en parejas la ficha de truco.

Momento IV. Explicación en parejas

Indiquen a sus estudiantes intercambiar la ficha de truco con otra pareja. La idea es que lean la ficha de la otra pareja para ver si se entiende y repensar lo que ellos mismos fueron completando en su ficha. Si lo creen conveniente pueden proponerles anotar una fortaleza de la ficha de sus compañeros y una cuestión a mejorar.

Momento V. ¿Qué aprendí de leer la ficha de mis compañeros?



Den a sus estudiantes cinco minutos para que puedan tomar nota de lo que aprendieron de leer la ficha de los compañeros. Inviten a los que quieran a compartir sus anotaciones.

Actividad 8. Evaluación

Comenten a sus estudiantes que realizarán una evaluación entre pares para saber cómo van con este proyecto y a la vez pensar qué estrategias pueden hacer para fortalecer las debilidades. Para esto trabajen con las consigas “Momento de evaluación entre pares”.

Momento de evaluación entre pares



Formen parejas. Primero uno de los integrantes de la pareja será el entrevistador y el otro el entrevistado (8 minutos).

Luego se intercambian roles (otros 8 minutos).

Cuando les toca ser entrevistador hagan las preguntas sugeridas (y otras más) al compañero de modo tal de poder escribir sus fortalezas y debilidades en relación a los temas trabajados y ayudarlo con recomendaciones. Si lo consideran necesario, pueden hacer sugerencias al docente.

- ¿Cómo te sentís realizando sumas, restas, multiplicaciones y divisiones con números naturales?
- ¿Hay alguna actividad que no entendiste bien?
- ¿Cómo te sentís buscando patrones, generalizando y argumentando?
- ¿En qué cuestiones deberías seguir profundizando?

Para finalizar, elaboren un escrito (para el docente) que sintetice lo que observaron del compañero.

Semana 4 /

¿Qué patrones se esconden en esta tabla?



SE ESPERA QUE LOS ESTUDIANTES:

- Operen con números naturales (suma, resta, multiplicación y división).
- Entiendan los conceptos: multiplicación y división (esto incluye entender que multiplicar es una repetición de sumas y comprender la noción de resto de una división).
- Busquen patrones.
- Argumenten por qué es válida cierta afirmación.

Actividad 9. Investigación: la tabla pitagórica

Las consignas que se plasman en “A investigar como matemáticos y matemáticas” tienen un tiempo estimado de dos módulos de 40 minutos. Los alumnos trabajan en grupos de cuatro. El objetivo es que puedan observar y explorar la tabla pitagórica para descubrir “verdades”. Cada grupo tendrá que escribir en un afiche todas las “verdades” que encuentre. Por ejemplo: “Todos los resultados de la tabla del 9 son números cuyas cifras suman 9”. Esto servirá por un lado para hacer un trabajo matemático de exploración y búsqueda de regularidades y por el otro permitirá seguir avanzando en la familiarización de las tablas.

También necesitarán la tabla pitagórica, afiches y fibrones. Si es posible, si se cuenta con computadoras con acceso a internet, se puede trabajar en un muro padlet³ en lugar de trabajar con afiches.

Entreguen a cada grupo un afiche con un título que diga “Verdades de la tabla pitagórica” y una tabla pitagórica para cada estudiante con los números del 1 al 10. La producción de estos afiches funcionará como actividad de evaluación.



PADLET

<https://es.padlet.com/>

3. Padlet es una aplicación que sirve para crear diferentes muros colaborativamente. No es necesario estar registrado para poder participar de un padlet, sí para crear un muro. Para que todas las personas con en link puedan participar del muro tienen que configurarlo como público. Pueden explorarlo acá: <https://es.padlet.com/>

A investigar como matemáticos y matemáticas



Como vimos, muchos trucos se basan en algunos patrones que tienen los números y las operaciones. Como primer paso para poder inventar nuestros propios trucos vamos a buscar patrones en la tabla pitagórica.

La idea es observar y explorar la tabla para encontrar verdades. Por ejemplo, una verdad muy evidente sería “la primera y la segunda columna de la tabla son iguales”. ¿Se animan a encontrar otras verdades? Cada grupo anotará sus verdades en un afiche para luego compartir todas las verdades pegando los afiches en el aula.

Tabla pitagórica

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Actividad 10. Cuentas súper rápido

Esta actividad se realiza en un tiempo estimado de dos o tres módulos de 40 minutos. Propone la visualización de un video, trabaja con cálculo mental y plantea las consignas “Problemas con magia”.



MATHEMAGIC. ARTHUR
BENJAMIN

https://www.ted.com/talks/arthur_benjamin_does_mathemagic

ANDRÉS RIEZNIK
Y MAXIMILIANO
GIACONIA, TEDXUBA
(EN CASTELLANO)

https://www.youtube.com/watch?v=p_cfPqlwFOE

Momento I

Propongan ver a los alumnos el video “Matemagia” de Arthur Benjamin. Pueden hacer una breve introducción de qué son las charlas TED y qué es la matemagia.⁴ Dado que el video está en inglés con subtítulos en castellano, deberán evaluar a su grupo para ver si van a poder seguir los subtítulos o si lo van a ir parando para que puedan seguirlo; si prefieren pueden dejar este video para más adelante. También ofrecemos una alternativa de video en castellano.

Momento II

Realicen una breve exposición rescatando cómo la matemática puede servir para ser mago y propongan a los alumnos trabajar con las consignas del Momento III con el objetivo de ir descubriendo los trucos que usa Arthur en su presentación de matemagia. Podrán usar este video para el festival de magia o, si se animan, podrán practicar directamente para hacer en vivo algunos de los trucos de Arthur.

Momento III

La idea de esta actividad es ayudar a los estudiantes a que puedan hacer conscientes las estrategias que posiblemente muchos usen de manera intuitiva y potenciar el alcance de las mismas. También ayudarlos a construir nuevas estrategias apoyándose en las fortalezas de cada uno. En todos los casos, en la medida que lo crean conveniente, sería interesante avanzar en la comunicación y argumentación de estas estrategias.

Problemas con magia



1. Fran, Martín y Pablo están practicando para hacer sus propios shows de magia. Cada uno está practicando algunas cuentas y para eso se han inventado sus propias estrategias para hacerlas más rápido.

Fran quiere multiplicar rápidamente números de cualquier cantidad de cifras por 5 y dice que para multiplicar un número por 5 lo que hace

4. **Magia y matemáticas** han ido de la mano desde hace mucho tiempo. No en vano, un mago es una persona que muestra un hecho sorprendente, inexplicable ante nosotros y un matemático es aquella persona que trata de explicar los hechos misteriosos que en muchas ocasiones pueden parecer mágicos. Numerosos autores han utilizado propiedades de los números para sorprender y entretener al público, un ejemplo es Lewis Carroll, que ya utilizaba trucos y puzzles numéricos que actualmente se siguen usando. Más cercano a nuestros días, Martin Gardner escribió obras donde incluía efectos basados en principios matemáticos. Actualmente, casi todo autor de literatura mágica incluye algún truco con fundamento matemático sencillo. Extraído de <https://aprendiendomatemáticas.com/matemagia-cuando-la-magia-y-las-matemáticas-se-unen/>

es agregarle un 0 a ese número y luego dividirlo por 2. ¿Es correcta la estrategia de Fran? ¿Por qué? ¿Le sirve para hacer más rápido la cuenta? ¿Te animás a practicar el truco de Fran?

El show de Martín consiste en multiplicar cualquier número por 9 o por 11 y dice que para hacerlo lo que hace es agregarle un 0 al número que elige y luego restarle el número elegido (si tiene que multiplicar por 9) o sumarle el número elegido (si tiene que multiplicar por 11). ¿Son correctas las estrategias de Martín? ¿Por qué? ¿Te animás a hacer el truco de Martín? ¿Con números de qué cantidad de cifras? ¿Qué otras cosas podés tener en cuenta para optimizar el show?

Pablo quiere multiplicar números de tres cifras por 999 pero aún no se le ocurrió ninguna estrategia para realizarlo. ¿Le podrás recomendar alguna? ¿Por qué funciona? ¿Qué pasaría si en vez de multiplicar por 999 multiplica a los números de tres cifras por 1001, cuál sería la estrategia? ¿por qué funciona?

2. Tener estrategias para hacer cuentas no solo nos sirve para hacer trucos de magia, también nos sirve cuando tenemos que hacer cuentas en la vida cotidiana o en el colegio. Estas estrategias que nos armamos pueden tener en cuenta lo que nosotros sabemos más. Por ejemplo, Naty sabe re bien la tabla del 6, entonces para hacer la cuenta 7×7 hace 7×6 y le suma 7. ¿Está bien? ¿Por qué? ¿Qué tablas sabés mejor? ¿Te animás a hacerte una lista de estrategias para poder resolver otras multiplicaciones?
3. Lucas tiene que hacer las siguientes cuentas, ¿lo ayudás con estrategias para que le sea más fácil?
 - A. $123 + 899 =$
 - B. $179 + 289 + 368 =$
 - C. $442 + 888 =$
 - D. $12 \times 123 =$
 - E. $112 \times 123 =$

Bonus Track

En el video que acabamos de ver el matemago Arthur dice que para hacer la cuenta 57.683×57.683 va a realizar el siguiente cálculo $57.000 \times 57.000 + 683 \times 683 + (57.000 + 683) \times 2$. ¿Dan el mismo resultado? ¿Por qué? ¿Qué significan los paréntesis? ¿Por qué te parece que lo piensa como la suma de tres números en vez de pensarlo directamente como una multiplicación?

Momento IV

Puesta en común de las actividades propuestas. El objetivo de esta puesta en común es mostrar la diversidad de caminos que se pueden tener para resolver cálculos y la importancia de que cada uno, de acuerdo a sus fortalezas y debilidades y a los números involucrados, cree sus propias estrategias para obtener los resultados.

Propongan a sus estudiantes realizar la siguiente actividad de autoevaluación.



Autoevaluación: ¿Qué cuentas me salen mejor? ¿hay alguna tabla que recuerde más que otra? ¿qué cuentas debería practicar? ¿con qué estrategias me siento más seguro?

Actividad 11. Nos preparamos para el festival de magia

Esta actividad tiene un tiempo estimado de 10 minutos y tiene como objetivo ir definiendo algunas cuestiones para ir preparando el festival de magia.

Cuenten a sus alumnos que con todo lo trabajado hasta el momento comenzarán a preparar el festival de magia y que para eso cada uno, individualmente, en parejas o en grupos, tiene que participar de dos de estas actividades (una de estas debe ser la opción 2, 3 o 4). Los que quieran participar en tres actividades también podrán hacerlo. De acuerdo a la cantidad de estudiantes encargados de armar el festival se podrán proponer más o menos opciones y que participen como mínimo en dos o más de ellas.

Actividades

1. Afiches con dibujos sobre matemagia, curiosidades, trucos y regularidades. Pueden ser los afiches ya hechos en la Actividad 9 o versiones mejoradas. Pueden ser curiosidades de algún número, algunos de los trucos vistos contados en afiches o regularidades de algunas cuentas como estas:

$$\begin{aligned}1 \times 8 + 1 &= 9 \\12 \times 8 + 2 &= 98 \\123 \times 8 + 3 &= 987 \\1234 \times 8 + 4 &= 9876 \\12345 \times 8 + 5 &= 98765 \\123456 \times 8 + 6 &= 987654 \\1.234.567 \times 8 + 7 &= 9.876.543 \\12.345.678 \times 8 + 8 &= 98.765.432 \\123.456.789 \times 8 + 9 &= 987.654.321\end{aligned}$$

2. Trucos en escenario. Aprender y practicar alguno de los trucos vistos u otros que quieran inventar o investigar y hacerlos para todo el público en el escenario con espectadores en vivo.
3. Trucos en stands. Aprender y practicar alguno de los trucos vistos u otros que quieran inventar o investigar y hacerlos en stands a la gente que va pasando por ellos, también en vivo pero sin la presión de todo el público.
4. Stands para aprender trucos. Aprender un truco y porqué funciona y enseñarles a los que van pasando por el stand a hacer el truco.
5. Stands de juegos. Pueden ser algunos de los siguientes juegos: Guerra de fracciones, Escoba del 1 o por ejemplo el 24, donde los espectadores de la muestra pueden jugar en vivo y pensar estrategias junto a algunos de ustedes. Es importante que invitemos a los participantes a pensar estrategias para jugar mejor y así ver el potencial de la matemática.
6. Grupo invitaciones. Con los textos realizados en la Actividad 3 o mejoras de ellos deberán confeccionar invitaciones para repartir entre las personas que podrían venir a nuestro festival de magia. La idea es generar ganas y que vengan motivados.
7. Grupo videos. El objetivo de este grupo es elegir dos o tres videos de los hechos en la Actividad 3 o mejoras de ellos para pasar en pantalla durante el festival o para invitar a la gente vía redes sociales.
8. Grupo presentadores. La idea es generar un guion para presentar el festival y luego a cada uno de los magos que pasará al escenario como así también los videos y todo lo que se quiera presentar.
9. Grupo cronograma. Armarán el cronograma del festival diciendo qué cosas se ofrecerán y en qué horarios.
10. Grupo espacio. Serán los encargados de distribuir en el sitio donde se realizará el evento los lugares para el escenario y para los stands y las paredes en donde se colgarán los afiches.

Semana 5 /

¿Por qué adivino el número que te queda?



SE ESPERA QUE LOS ESTUDIANTES:

- Entiendan el orden de las operaciones.
- Empiecen a observar qué pasa cuando han realizado una operación y su inversa.
- Busquen patrones.
- Operen con números naturales

Actividad 12. Búsqueda de patrones

Esta actividad tiene un tiempo estimado de dos o tres módulos de 40 minutos. Consta de una consigna para los alumnos y cierra con la realización de un truco por parte del docente.

Momento I

Propongan a sus alumnos trabajar en grupos de a cuatro la actividad que se plantea en “La tabla de Matías”. De acuerdo a su grupo de alumnos pueden presentar tablas con más o menos columnas. Esta tabla implica trabajar con números ordenados por su resto en la división por 7. Si lo creen conveniente también podrían trabajar con restos en la división por 4, 5, 6 o 9.

La tabla de Matías



Matías confeccionó la siguiente tabla con ocho columnas e infinitas filas. Pegamos acá una parte para que puedas ver cómo la fue realizando.

	columna 0	columna 1	columna 2	columna 3	columna 4	columna 5	columna 6
fila 0	0	1	2	3	4	5	6
fila 1	7	8	9	10	11	12	13
fila 2	14	15	16	17	18	19	20
fila 3	21	22	23	24	25	26	27
fila 4	28	29	30	31	32	33	34
fila 5	35	36	37	38	39	40	41
fila 6	42	43	44	45	46	47	48
...	...	...	...	...	...	...	...

1. Si tuvieras que explicarle en palabras a otra persona cómo hizo la tabla Matías ¿qué instrucciones le darías? ¿Estás seguro que la haría igual?
2. ¿En qué fila y en qué columna de la tabla de Matías se encuentra el 152?
3. Buscá tres números mayores que 500 que se encuentren en la misma columna que el 155. ¿Cómo lo pensaste?
4. ¿Qué número se encuentra en la fila 9 y columna 3?
5. ¿Qué número se encuentra en la fila 15 y columna 6?
6. ¿Qué número se encuentra en la fila 98 y columna 2?
7. ¿En qué fila y en qué columna de la tabla de Matías se encuentra el número 25.713? ¿Cómo lo sabés?
8. ¿Te animás a inventar una estrategia que te permita saber qué número está en cierta fila y cierta columna (por ejemplo, lo que hiciste en las preguntas 4, 5 y 6)?
9. ¿Te animás a inventar una estrategia que te permita saber en qué fila y en qué columna está cierto número?
10. ¿Te sirve esta tabla para saber el resultado de cualquier división? ¿Por qué?

Momento II

Realicen una puesta en común de la actividad. El objetivo es que puedan ver las diferentes estrategias que tuvo cada grupo para resolver las preguntas planteadas. Además, la idea es que puedan avanzar hacia las preguntas 8 y 9 en donde se generaliza la estrategia. Para esto es necesario haber ido encontrando ciertos patrones al responder las preguntas anteriores.

Momento III

Institucionalización: restos, múltiplos y divisores. La idea de este momento es que puedan retomar el concepto de división y que introduzcan, utilizando lo trabajado anteriormente, los conceptos de:

- **Resto.** Si lo consideran pueden introducir los demás nombres que intervienen en una división, aunque creemos que no es necesario.
- **Múltiplo.** Apelando a la noción de resto, es decir un número m es múltiplo de un número k cuando el resto de dividir a m por k es 0 ¿dónde se encuentran en la tabla los números que son múltiplos de 7? ¿Qué resto tienen en la división por 7 los demás números escritos en la tabla?
- **Divisor.** Se puede aprovechar e introducir análogamente la noción de divisor. En el caso anterior, decimos que k es divisor de m .

Se puede retomar en este cierre la idea trabajada en la Actividad 7 de que si m es múltiplo de k entonces $m = k \cdot n$, ahora apelando a la noción de división.

Momento IV

Cierren realizando el truco “¡Adivino el número que elegiste!”. Para ello inviten a algún estudiante a pasar al pizarrón. Lo pueden repetir dos o tres veces con distintos alumnos protagonistas. En la ficha de truco que encontrarán aquí abajo ofrecemos pautas para que ustedes lo puedan realizar y transcribimos cómo debería ser la dinámica del truco, es decir, qué deberían decirle al alumno que pase al pizarrón.

FICHA DE TRUCO
- Nombre del truco: <i>¡Adivino el número que elegiste!</i> - Materiales que necesito: - Descripción del truco: <i>Elegí un número del 1 al 100 y escribilo en un papel.</i> <i>Decime qué resto tiene en la división por 3. (Por ejemplo me dice 1)</i> <i>Decime qué resto tiene en la división por 5. (Por ejemplo me dice 4)</i> <i>Decime qué resto tiene en la división por 7. (Por ejemplo me dice 3)</i> <i>(Piensan un poco mientras hacen las cuentas mentalmente) El número que elegiste es (en este caso) 94.</i>
Cuestiones a tener en cuenta por el mago para que le salga el truco: <i>Para poder hacer este truco conviene pensar primero el resto en la división por 7. En este caso el primer número posible es 3 y sumando 7 voy obteniendo los demás números. Si nos fijamos los restos en la división por 5 de estos números siempre son 3, 0, 2, 4, 1 y vuelve a comenzar el ciclo, o sea que a 24 le tengo que ir sumando $5 \times 7 = 35$ para que tenga resto 3 en la división por 7 y resto 4 en la división por 5 y $24 + 35 = 59$ que tiene resto 2 en la división por 3 así que no sirve, vuelvo a sumar 35 y obtengo 94 que sí cumple todas las condiciones.</i>
¿Por qué funciona este truco?: <i>Debido a que 3, 5 y 7 son números coprimos (sin divisores propios comunes) y $3 \times 5 \times 7 = 105$, podemos garantizar (usando el teorema chino del resto) que sabiendo los restos en las divisiones por 3, 5 y 7 de un número menor o igual a 100 (en realidad podríamos hacerlo hasta 105, pero el límite “hasta 100” suena más natural) existe un único número que cumple tales condiciones.</i>

No es necesario que esto lo sepan los alumnos, salvo que alguno esté interesado en hacer este truco en el festival de magia.

Actividad 13. Tres trucos

Esta actividad aborda las operaciones inversas y paréntesis. Se trabaja en un tiempo estimado de tres módulos de 40 minutos y recurre a diversos trucos.

Momento I

Trabajo en parejas. Presenten a los alumnos el truco “¡Adivino el número!” para trabajar en parejas. Este sigue el hilo del truco hecho en la clase anterior de adivinar el número que eligieron o el resultado de una cuenta. Pero esta vez el truco está relacionado con hacer operaciones y luego sus inversas para poder recuperar el número elegido. Si lo desean podrán usar calculadora.

El objetivo de presentarle los trucos en papel y con pasos a seguir es que puedan comprender lo que leen y ser ordenados en seguir los pasos de los trucos. En la consigna “¡Adivino el número!” ofrecemos los pasos del truco para que puedan reproducir su dinámica.

¡Adivino el número!

Realicen el truco ¡Adivino el número! Para lograrlo con éxito sigan la dinámica que aquí les proponemos.

El mago le pide al espectador elegido que realice lo siguiente:

1. Pensá un número
2. Sumale 5
3. Multiplicá el resultado por 2
4. A lo que quedó restale 2
5. El resultado dividilo entre 2
6. A lo que quedó restale el número que pensaste

Luego el mago dice “¡El resultado es 4!”, adivinando el número que le quedó al espectador.

¿Tuvo suerte el mago o siempre da 4? ¿Se animan a probar con algunos números? ¿Esto garantiza que vale para todos los números?

¿Cómo pueden convencerse de que vale para todos?





Momento II

En este momento cada pareja de alumnos elegirá alguno de los tres trucos (a, b y c) que se describen en la actividad “Tres trucos” y luego reflexionará sobre las preguntas que se plantean en cada caso.

Tres trucos



Truco a. ¡Adivino el resultado!

El mago le pide al espectador elegido que realice los siguientes pasos:

1. Pensá un número
2. Sumale 1
3. A lo que quedó sumale el número que pensaste
4. Al resultado sumale 9
5. Lo que quedó dividilo por 2
6. Al resultado restale el número que pensaste

¿Adivina el mago el resultado? ¿Cuál es ese resultado? ¿Siempre es el mismo? ¿Cómo lo supieron? ¿Da lo mismo invertir los pasos 4 y 5? ¿Por qué?

Truco b. ¡Después de todo queda el número que elegiste!

El mago le pide al espectador elegido que realice los siguientes pasos:

1. Pensá un número
2. Multiplícalo por 4
3. A lo que quedó sumale 17
4. Al resultado sumale el número que pensaste
5. A lo que quedó restale 2
6. Al resultado dividilo por 5
7. A lo que quedó restale 3

¿Y el número que te queda es el número que elegiste! ¿Está seguro el mago? ¿Por qué? ¿Da lo mismo invertir los pasos 2 y 3? ¿Por qué? ¿Se animan a cambiar algo de este truco pero que después de esos siete pasos siempre quede el número que eligieron?

Truco c. Yo sé qué número elegiste

El mago le pide al espectador elegido que realice los siguientes pasos:

1. Pensá un número, voy a adivinarlo
2. Multiplícalo por 5
3. Al resultado sumale 12

4. Lo que quedó multiplícalo por 10
5. Al resultado sumale 5
6. Lo que quedó multiplícalo por 2

El mago pregunta “¿Qué número te quedó?”. El espectador responde “1550” y entonces el mago responde “¡El número que has elegido es el 13!”.

¿Es correcta la respuesta del mago? ¿Cómo hizo para descubrirlo? ¿Por qué haciendo eso puede descubrir el número elegido? ¿Se animan a hacérselo a otra pareja?

Momento III

De acuerdo al truco que eligieron previamente, inviten a sus estudiantes a pensar la segunda parte de cada uno de estos trucos con las consignas de la actividad “Trucos, segunda vuelta”.

Trucos, segunda vuelta



Truco a. Parte 2

Preguntas para pensar:

1. ¿Cómo cambia el resultado si en el paso 4 en vez de sumar 9, sumamos 13? ¿Y si sumamos 111? ¿Cómo son todos estos números?
2. ¿Qué pasa con el truco si en el paso 4 en vez de sumar un número impar, sumamos un número par? ¿Qué número queda como resultado?
3. ¿Qué número tenemos que sumar en el paso 4 para que el resultado sea siempre 13? ¿Cómo lo pensaste?
4. ¿Qué variantes podemos proponer en los pasos 2 y 4 para que el resultado sea siempre 13? ¿Hay algún otro paso que influye en ese resultado? ¿Por qué?
5. ¿Cómo te parece que deberíamos modificar el paso 5 para obtener un truco parecido a este siendo que cambiamos el paso 3 por lo siguiente “a lo que quedó sumale dos veces el número que pensaste”? ¿Cómo te diste cuenta?

Truco b. Parte 2

Preguntas para pensar:

1. Si en el paso 3 sumamos 32, ¿cómo deberíamos modificar el paso 7 para que al finalizar quede el número que se eligió? ¿Cómo te diste cuenta? ¿Y si en vez de 32 sumamos 47?

2. ¿Qué particularidad tiene que tener el número que sumamos en el paso 3 para después poder seguir el truco solamente cambiando el paso 7 y que se obtenga como resultado el número que se eligió?
3. ¿Cómo se modifica el truco si en el paso 4 en vez de sumar el número que elegiste lo restamos? ¿Cómo tenemos que modificar los pasos que siguen? ¿Es la única opción?
4. ¿Cómo modificamos solamente los pasos 5 y 6 si en el paso 2 en vez de multiplicar por 4 el número que elegiste lo multiplicás por 9? ¿Es posible modificar solo el paso 5 o solo el paso 6? ¿Por qué?
5. ¿Cómo podrías modificar el paso 2 para que sin cambiar ningún otro paso al finalizar el truco te quede el doble del número que elegiste? ¿Cómo te diste cuenta?

Truco c. Parte 2.

Preguntas para pensar:

1. ¿Cómo le explicarías a un compañero lo que tiene que hacer para adivinar el número elegido?
 2. ¿Cómo se modifica el truco si intercambiamos los pasos 2 y 6? ¿Sale igual? ¿Cómo hace en este caso el mago para adivinar el número elegido?
 3. ¿Cómo se modifica el truco si en el paso 3 en vez de sumar 12 sumamos 10? ¿Y si sumamos 15? ¿En todos los casos el mago puede adivinar el número elegido? ¿Cómo?
 4. ¿Cómo se modifica el truco si en el paso 6 en vez de multiplicar por 2 multiplicamos por 4? ¿Puede el mago adivinar el número elegido? ¿Cómo?
-

Momento IV

Inviten a los alumnos a debatir de a dos o tres parejas que hayan elegido el mismo truco en el Momento II; pídanles que entreguen una hoja con las conclusiones a las preguntas propuestas en los trucos realizados en esta actividad. En el caso de que no se puedan armar equipos con parejas que hayan elegido el mismo truco, pueden juntar parejas con trucos diferentes para que saquen conclusiones sobre alguno de los dos trucos, comparando qué similitudes y diferencias tienen ambos trucos.



Actividad de evaluación: cada pareja entrega el trabajo realizado en estos momentos con el truco elegido y una justificación de porqué eligieron ese truco.

Semana 6 /

¿Qué puedo hacer para ser un buen mago?

SE ESPERA QUE LOS ESTUDIANTES:

- Organicen todos los aspectos del festival de magia.
- Practiquen los trucos, juegos y/o explicaciones con otra persona/ pareja/equipo que les de *feedback*.



Actividad 14. Trucos “Cuadrados”

Esta actividad se realiza en un tiempo estimado de dos módulos de 40 minutos y retoma lo visto en el video “Matemagia”, propuesto semanas atrás. Pueden preguntar a los alumnos en qué se basaban los primeros trucos que vieron o directamente volver a ver la primera parte del video. El objetivo es que surja la noción de elevar un número al cuadrado. En el caso de no haber visto anteriormente el video, en un primer momento verán el video y luego continuarán con los momentos que se detallan.

De acuerdo a las particularidades de sus grupos de estudiantes podrán hacer o no esta actividad o solamente poner en esta tarea a los alumnos que ya han practicado lo suficiente sus trucos de magia para el festival.

Momento I

Definan qué es elevar un número al cuadrado; introduzcan la notación y hagan algunos ejemplos.

Momento II

La idea será descubrir cómo elevar rápidamente un número al cuadrado como hacía Arthur Benjamin en el video pero en algunos casos particulares. Para esto propongan a los alumnos comenzar investigando números de dos cifras terminados en 5, luego números de tres cifras terminados en 5 e intentarán descubrir alguna regularidad. Los que descubran esto y se animen a seguir pensando podrán buscar estrategias para elevar cualquier número de dos o tres cifras al cuadrado y reconocer qué cosas deberían estudiar para poder hacerlo rápida y correctamente.

Puede ocurrir que en algunos grupos no puedan avanzar en la búsqueda de regularidades. En este caso la intervención docente deberá ir en la línea de que puedan ir escribiendo prolija y ordenadamente cuánto van dando los números



terminados en 5 cuando los elevamos al cuadrado. De este modo les quedará una lista como la siguiente:

$$5 \times 5 = 25$$

$$15 \times 15 = 225$$

$$25 \times 25 = 625$$

$$35 \times 35 = 1225$$

$$45 \times 45 = 2025$$

(siguen lo más que pueden, se puede usar calculadora)

Una vez que miren fijo esta lista podrán descubrir que todos los números obtenidos terminan en 25; en este caso les podrán preguntar “¿por qué?”. Con todo lo trabajado hasta el momento podrán darse cuenta de esto. Valoren estos avances parciales.

Luego tendrán que ver qué relación tiene el número que queda en la primera parte con el número que se eleva al cuadrado.

Momento III

Puesta en común de las estrategias descubiertas por lo estudiantes. El objetivo es que surja la idea de que para elevar al cuadrado un número terminado en 5, por ejemplo 125, basta hacer 12×13 y a ese resultado pegarle al final 25, por ejemplo $12 \times 13 = 156$ y entonces 125 al cuadrado es 15.625 y avanzar en la medida de lo posible en porqué esto es válido. ¿Valdrá para números terminados en otras cifras? ¿Descubrieron algún patrón en los números terminados en otros dígitos? ¿Alguno se anima a estudiar esto para el festival de magia?

Acá pueden elegir seguir trabajando con este tema (sobre todo si la semana previa han podido profundizar sobre cómo elevar números al cuadrado al pensar en la estrategia de Arthur).

Actividad 15. Festival de magia

Algunas dinámicas que se pueden usar esta semana:

- Para practicar los trucos. Se ponen en parejas (dos personas, parejas o equipos) para presentar un truco y hacer el show con el otro de público. El otro le da *feedback* para mejorar la *performance*. Este *feedback* consistirá en una valoración positiva del show que realizaron y una sugerencia para poder mejorarlo. Invierten roles.
- Para revisar contenido. Una vez que un grupo realiza algún contenido (juego, video, afiche, invitación), otro grupo lo revisa.
- Para poder trabajar en equipo. Definir los roles de cada integrante y escribir qué rol y qué responsabilidades tiene cada uno.

Rúbrica final

La “Rúbrica final” servirá para evaluar los aprendizajes de los alumnos. Deben presentarla al comenzar el proyecto para que los estudiantes puedan conocer de antemano cómo se los evaluará y a la vez les sirva para armar y chequear sus propios trabajos antes de ser entregados. En esta oportunidad la valoración será con una escala de tres rangos: En camino, Logrado y Avanzado.

Como se puede ver, para evaluar la Actividad 6 se usarán los tres primeros ítems de la tabla, para evaluar la Actividad 9 se usará solamente el primer ítem, para evaluar la Actividad 13 se usarán los ítems 2 y 3 y para evaluar la Actividad 3 se usará el cuarto ítem. Los últimos tres ítems corresponden a lo que se evaluará respecto del truco elegido para realizar en el festival de magia.

/ Búsqueda de patrones (Actividades 6 y 9) /		
En camino	Logrado	Avanzado
Invierten tiempo en la observación y exploración para encontrar patrones pero no logran descubrirlos.	Invierten tiempo en la observación y exploración para encontrar patrones y descubren los patrones que se esperan en la actividad.	Invierten tiempo en la observación y exploración para encontrar patrones, descubren los patrones que se esperan en la actividad y encuentran un patrón original (no descubierto por otros equipos).
/ Argumentación (Actividades 6 y 13) /		
En camino	Logrado	Avanzado
No hay argumentaciones generales, solo estudio de casos particulares.	Hay intentos de argumentaciones generales, aunque estas no sean del todo precisas ni completas.	Hay argumentaciones generales precisas y completas, aunque estas estén totalmente escritas en palabras (sin usar simbología matemática).

/ Números naturales (Actividades 6 y 13) /

En camino	Logrado	Avanzado
Reconocen los números naturales pero aún no comprende el funcionamiento del sistema decimal y en consecuencia no puede realizar sumas y restas de números grandes.	Reconocen los números naturales, comprenden el funcionamiento del sistema decimal. Manejan las operaciones del campo aditivo para números de cualquier tamaño. Pueden realizar correctamente multiplicaciones.	Reconocen los números naturales, comprenden el funcionamiento del sistema decimal. Manejan las operaciones del campo aditivo para números de cualquier tamaño. Pueden realizar correctamente multiplicaciones y divisiones.

/ Investigación sobre matemagia (Actividad 3) /

En camino	Logrado	Avanzado
Investigan solo de una fuente.	Investigan más de una fuente, unen esa información de forma clara y coherente.	Investigan más de una fuente e integran, relacionan y sintetizan la información que han encontrado.

/ Elección del truco para el Festival de magia /

En camino	Logrado	Avanzado
Eligen uno de los trucos de magia que fueron trabajados durante el proyecto y lo utiliza exactamente igual.	Eligen un truco de magia que encontraron por internet o en algún libro.	Eligen un truco que es una creación personal que requiere de un trabajo de búsqueda de patrones extra al trabajado durante las clases. Este podría estar basado en alguno de los trucos vistos durante este proyecto.

/ Argumentación de porqué funciona el truco elegido /

En camino	Logrado	Avanzado
No pueden dar una argumentación general de porqué funciona el truco que eligieron, solo comentan casos particulares.	Pueden dar una argumentación general de porqué funciona el truco que eligieron aunque esta no sea totalmente precisa y completa.	Pueden dar una argumentación general precisa y completa de porqué funciona el truco que eligieron.

/ Preparación y realización del truco de magia /

En camino	Logrado	Avanzado
La realización presentó algunas dudas o idas y vueltas que dificultaron la ejecución del truco.	La realización del truco tuvo algunas idas y vueltas pero se pudo ejecutar completamente.	La realización del truco no tuvo ninguna imprecisión.

Bibliografía

- Dirección General de Cultura y Educación (2008). *Diseño Curricular para la Educación Primaria. Segundo Ciclo Volumen 1*. La Plata, Argentina.
- Gardner, M. (1978). *Festival mágico-matemático*. Alianza Editorial.
- Gardner, M. (1985). *Los mágicos números del Dr. Matrix*. Editorial Gedisa.
- Gardner, M. (2011). *Matemática, magia y misterio*. RBA Libros.
- Kaprekar, D.R. (1949). "Another solitaire game". *Scripta Mathematica* 15, 244-245.
- Kaprekar, D.R. (1955). "An interesting property of the number 6174". *Scripta Mathematica* 21, 304-308.
- MECyT (2004). *El juego como recurso para aprender. Juegos en Matemática, EGB 2*. Buenos Aires, Argentina.
- Ministerio de Educación de la Provincia de Tucumán (2015). *Diseño curricular para la educación secundaria*.
- Ministerio de Educación de la Nación (2012). *Matemática para todos. Notas para la enseñanza 1*. Buenos Aires, Argentina.
- Paenza, Adrián (2006). "¿Qué es la matemática?". En diario *Página/12*. Buenos Aires, Argentina. <https://www.pagina12.com.ar/diario/contratapa/13-63704-2006-03-01.html>
- Paenza, Adrián (2005). "Matemágica". En diario *Página/12*. Buenos Aires, Argentina. <http://www.pagina12.com.ar/diario/contratapa/index-2011-01-06.html>

Notas



Notas



PRIMER AÑO
MATEMÁTICA / PROYECTO 01

¿Cómo sorprender
haciendo magia?

PLaNEA
NUEVA ESCUELA
PARA ADOLESCENTES

unicef  | para cada niño