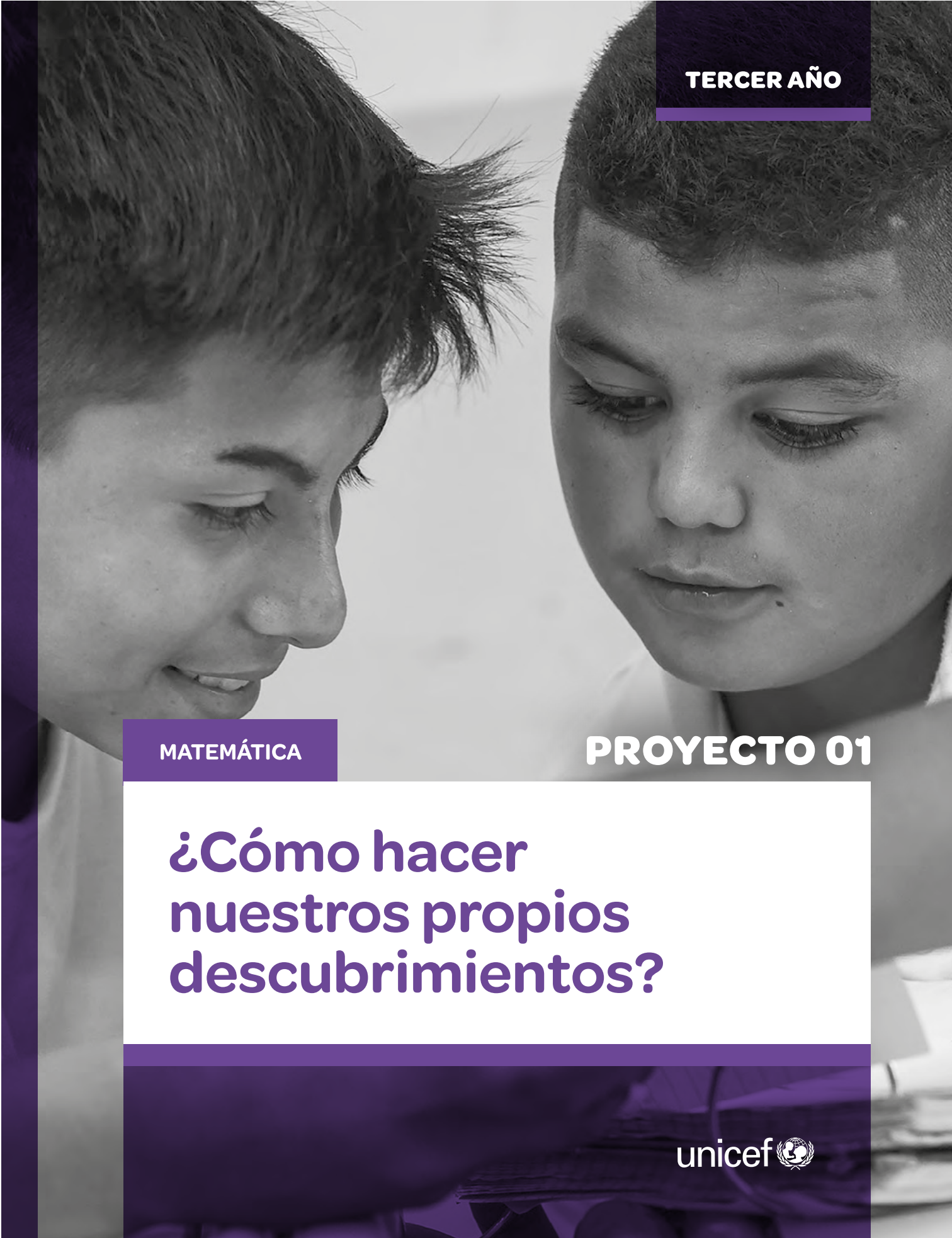




TERCER AÑO

MATEMÁTICA

PROYECTO 01

¿Cómo hacer nuestros propios descubrimientos?

unicef 

CRÉDITOS EDITORIALES

Dirección Editorial:

Cora Steinberg, Especialista en Educación de UNICEF Argentina

Coordinación General:

Cecilia Litichever, Oficial de Educación de UNICEF Argentina

Coordinación de la serie Proyectos:

Melina Furman, Consultora de Educación de UNICEF Argentina

Autores: Laura Pezzatti

Profesores colaboradores: Fabiana Jerez, Ariel Mayorga, Horacio Santiago Pino, Lucía González, Luis Gramajo.

Asesoría Técnica: Rebeca Anijovich

EDICIÓN Y CORRECCIÓN

Edición: María Clara Díez y Evangelina Rico

Diseño y diagramación: KPR - Miguel Santángelo

Fotografía: Unicef

Las imágenes de tapa e interiores corresponden a adolescentes de escuelas públicas de la provincia de Tucumán. Segunda Edición. Actualizada a partir de los aportes de docentes y autoridades de las escuelas PLANEA 2018.

ISBN 978-92-806-5104-1

Para citar este documento:

UNICEF, PLANEA: Proyecto 1, 3er año – Primer ciclo nivel secundario, Buenos Aires, julio 2020.

El uso de un lenguaje no sexista ni discriminatorio es una de las preocupaciones de quienes concibieron este material. Sin embargo, y con el fin de evitar la sobrecarga gráfica que supondría utilizar en castellano o/a para marcar la existencia de ambos sexos, hemos optado por usar el masculino genérico clásico, en el entendido de que todas las menciones en tal género representan siempre a varones y mujeres. Se autoriza la reproducción total o parcial de los textos aquí publicados, siempre y cuando no sean alterados, se asignen los créditos correspondientes y no sean utilizados con fines comerciales.

© Fondo de las Naciones Unidas para la Infancia (UNICEF)

www.unicef.org.ar

¿Cómo hacer nuestros propios descubrimientos?



Índice

Presentación	6
Introducción al proyecto	8
Secuencia semanal de trabajo	13
• Semana 1. ¿Cuál es el más grande?	14
• Semana 2. ¿Qué resultados obtengo?	23
• Semana 3. ¿Qué representan?	31
• Semana 4. ¿Qué patrones se esconden?	35
• Semana 5. ¿Cuánto mide el radio de la Tierra?	39
• Semana 6. ¿Cómo hacer nuestros propios descubrimientos?	46
• Rúbrica final	50
Bibliografía	52

Presentación

Este cuadernillo forma parte de una serie de materiales pedagógicos que acompañan el Programa PLaNEA Nueva Escuela para Adolescentes, desarrollado por UNICEF Argentina.

PLaNEA tiene como objetivo continuar fortaleciendo la escuela secundaria, promoviendo mejores condiciones para enseñar, aprender y estar en la escuela con el fin de generar más y mejores oportunidades de aprendizaje para todos los chicos y chicas.

En este cuadernillo encontrarán un proyecto para la enseñanza y el aprendizaje destinado a los profesores y estudiantes de tercer año del nivel secundario. Se trata de un proyecto que propone abordar contenidos centrales de las distintas áreas del currículo a partir de la resolución de un “desafío central” que se va desarrollando a lo largo de las cinco semanas de trabajo, a través de una serie de actividades que buscan vincular el conocimiento y los procesos de aprendizaje con el mundo real.

En cada semana se plantea una pregunta guía, anclada en las grandes ideas y modos de conocer de cada campo del conocimiento, que se aborda a través del trabajo con textos, problemas, casos, debates y otras estrategias didácticas activas que posicionan a los adolescentes en un rol protagónico y promueven el desarrollo de capacidades de planificación, resolución de problemas, colaboración y comunicación.

Los materiales ofrecen también diversas oportunidades para la evaluación formativa, de modo de acompañar a los alumnos en sus aprendizajes, y se proponen estrategias de enseñanza que consideren la diversidad inherente a cualquier grupo de estudiantes de modo de garantizar que todos puedan aprender.

El proyecto culmina en una producción final en la que los alumnos dan cuenta de los aprendizajes logrados en su recorrido.

Este material es fruto de un trabajo colaborativo entre docentes y especialistas curriculares. Participaron en la elaboración del presente documento profesores

colaboradores de las escuelas secundarias que forman parte de PLANEA y especialistas curriculares del Ministerio de Educación de la Provincia de Tucumán y de UNICEF. A través de un proceso que incluyó encuentros presenciales e intercambios a distancia, se definieron los contenidos a abordar, se diseñó el desafío inicial del proyecto, se elaboraron las preguntas guía de cada semana y se planificaron las actividades e instancias de evaluación, tomando en cuenta las experiencias y los saberes diversos del grupo.

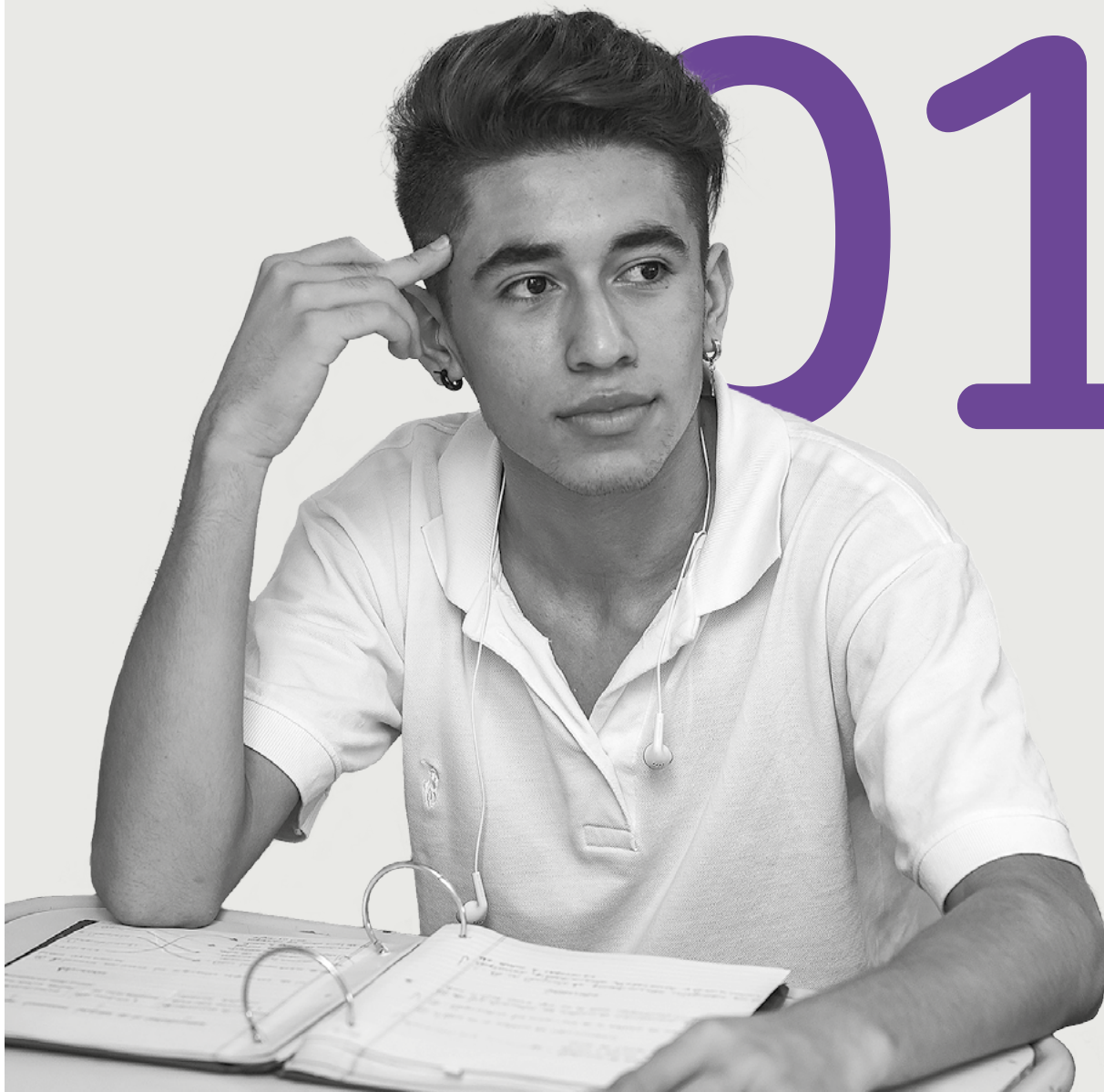
Esperamos que los profesores encuentren en este material un recurso valioso para enriquecer su práctica docente. Y deseamos, también, que puedan hacerlo propio, sumándole ideas, recursos y nuevas estrategias; adaptándolo a sus distintos grupos de alumnos, con el propósito de garantizar que los adolescentes de la provincia puedan desarrollar habilidades y saberes fundamentales para el tiempo presente y su futuro en el siglo XXI.



MATEMÁTICA

Introducción al proyecto

01



¿Quién no sintió alguna vez esa emoción al descubrir algo que desconocía? Sin duda, revelar algo oculto o que desconocíamos nos genera satisfacción e inclusive nos da ganas de compartir este descubrimiento con otra persona.

El interrogante que orienta este proyecto ¿Cómo hacer nuestros propios descubrimientos? va en esa línea: indagar sobre ciertas preguntas matemáticas o de otras áreas que requieran de la matemática para poder develar algo que, al momento, desconocíamos.

En general, se cree que la matemática es algo estático y acabado, que no hay espacio para la creación o el descubrimiento. Sin embargo, la matemática sigue aún avanzando. Por ejemplo, durante 2018 se encontró el número primo de Mersenne más grande al momento y en 2019 dos matemáticos estadounidenses demostraron la conjetura de Sheldon¹ sobre números primos que fue enunciada años antes en la serie *The Big Bang Theory*.

En varias ocasiones hacer estos descubrimientos matemáticos ha llevado mucho tiempo. No se trata solo de enunciar una afirmación, también hay que dar argumentos explicando por qué efectivamente esa afirmación es válida. Por ejemplo, uno de los resultados más conocidos y que más tiempo llevó para ser demostrado es el Último Teorema de Fermat que recién fue probado por el matemático Andrew Wiles² en 1995, más de 350 años después de ser enunciado! Sin duda, la paciencia y la perseverancia son habilidades con las que los matemáticos debemos contar.

La idea de este proyecto es que los estudiantes puedan vivenciar estos aspectos de la matemática, plantearse preguntas y hacer sus propias indagaciones para así descubrir algo que al momento desconocían. Luego, como producto final, deberán comunicar ese descubrimiento.

Citando a Arquímedes, ¡por muchos Eureka durante este proyecto!

1. Se pueden encontrar más detalles sobre esta interesante conjetura que nació en la serie *The Big Bang Theory* en el siguiente artículo: <https://www.investigacionyciencia.es/noticias/descubierta-una-nueva-propiedad-de-los-numeros-primos-gracias-a-em-the-big-bang-theory-em-17522>.

2. Andrew Wiles es un matemático británico que se hizo conocido mundialmente en 1993 cuando casi demuestra el Último Teorema de Fermat, resultado que finalmente pudo demostrar en 1995 haciendo una corrección a su prueba original. Se puede consultar https://es.wikipedia.org/wiki/Andrew_Wiles para más datos sobre este matemático.



Metas de aprendizaje

Se espera que los estudiantes:

- Vivencien que en la matemática hay espacio para el descubrimiento.
- Argumenten sus afirmaciones.
- Resuelvan problemas que involucren conocimiento de números racionales, Thales y semejanza.
- Formulen nuevas preguntas.
- Realicen investigaciones para descubrir “nuevas” propiedades.

Contenidos que se abordan

Se abordarán, principalmente, contenidos del diseño curricular de tercer año del eje “Números y operaciones” y del eje “Geometría y medida”, a la vez que se revisarán contenidos previos de años anteriores.

Del eje “Números y operaciones”

- Relaciones entre las partes y el entero. Relaciones entre ciertas fracciones y la división entera. Problemas que apuntan a diferentes significados de una fracción. Comparación de fracciones.
- Producción y validación sobre relaciones y propiedades de los números racionales (orden y densidad) avanzando desde las argumentaciones empíricas hacia otras más generales.
- Resolución de problemas que pongan en juego los diferentes significados de las fracciones y sus operaciones: Las fracciones y la recta numérica. Las fracciones y su relación con las razones y proporciones.
- Relaciones entre las fracciones decimales y las expresiones decimales. Valor posicional. Representaciones de una cantidad a través de diferentes escrituras fraccionarias o decimales finitas.
- Relaciones de equivalencia entre las expresiones fraccionarias y los números decimales finitos. Comparación y determinación de la equivalencia entre diferentes escrituras aditivas de fracciones.
- Resolución de problemas que involucren la multiplicación y la división por 10, por 100 y entre números decimales.
- Reconocimiento, uso y comparación de diferentes representaciones de números racionales (expresiones fraccionarias y decimales; el número racional como cociente y como punto de una recta; formas de escritura fraccionaria y

- decimal periódico). Relaciones entre los diferentes tipos de escrituras fraccionarias y decimales. Equivalencias y uso en función de la situación planteada.
- Representación, ordenamiento y comparación de los números racionales en la recta.
 - Exploración y enunciación de las propiedades del conjunto de los números racionales (orden, discretitud y densidad) analizando diferencias y similitudes con los números enteros.
 - Resolución de problemas que involucren los diferentes significados de las operaciones en el conjunto de los números racionales.
 - Uso de la jerarquía y propiedades de las operaciones en la producción e interpretación de cálculos en $\mathbb{Q}$.
 - Cálculo exacto y aproximado (mental, algorítmico y con calculadora). Estimación del orden de magnitud de resultados de cálculos.
 - Elección de la estrategia de cálculo más apropiada para cada situación. Uso y fundamentación de estrategias para el cálculo exacto y aproximado. Valoración de la razonabilidad de los resultados.
 - Análisis y valoración de la razonabilidad de los resultados del cálculo antes y después de efectuados. Estimación y acotación de los resultados.
 - Explorar regularidades numéricas en $\mathbb{Q}$ y producir la o las fórmulas que dan cuenta de dichas regularidades.

Del eje “Geometría y medida”

- Construcción de figuras semejantes a partir de diferentes informaciones, identificando condiciones necesarias y suficientes de semejanzas entre triángulos.
- Análisis de las condiciones de aplicación del teorema de Thales indagando y validando propiedades asociadas.
- Indagar acerca de las variaciones que puede sufrir un triángulo o cuadrilátero al aplicarle transformaciones isométricas en el plano, partiendo de sus propiedades y recurriendo a recursos tecnológicos.

Evaluación de los aprendizajes

Las instancias de evaluación formativa que se proponen a lo largo del proyecto son dos: una a mitad del proyecto —Actividad 4 en la Semana 3— y la otra al final del mismo —la producción final de los alumnos—.

Durante las primeras dos semanas del proyecto se irán construyendo y/o fortaleciendo algunos conceptos en relación a la noción de número racional y sus diferentes usos, comparación y operatoria básica, lo que se evaluará en la Semana 3, Actividad 4.

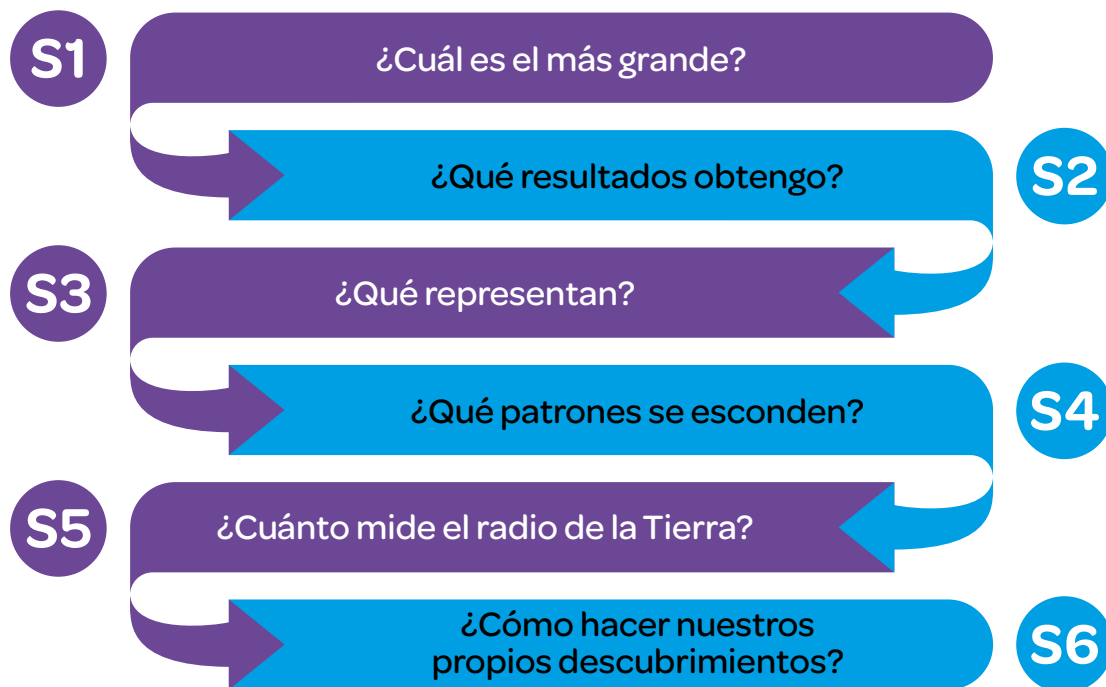
Para esta evaluación se contará con una rúbrica que les permitirá, al leer las resoluciones de los alumnos, establecer un diagnóstico general de la situación en la que está el curso con relación a los contenidos trabajados. También podrán utilizar algunos de los criterios de esta rúbrica para evaluar otras actividades.

En todas las semanas se ofrecerán actividades para los estudiantes en las cuales tendrán que realizar investigaciones que servirán de inspiración para la realización del producto final, que tendrá como objetivo comunicar —en el formato que elijan— algún descubrimiento matemático o un hallazgo en el que hayan usado la matemática.

Para evaluar los descubrimientos y su comunicación se presentará al final de este proyecto una rúbrica que deberá ser compartida con los alumnos en la Actividad 0 para que conozcan de antemano cómo se los evaluará, además de la importancia de que planifiquen la investigación final desde la primera semana.

Si bien presentamos rúbricas para estas dos propuestas en particular, todas las actividades les permitirán evaluar en proceso a sus estudiantes y podrán elegir, si lo consideran necesario, otras actividades tanto para entregar como para evaluar su presentación oral.

Tabla resumen del proyecto



Secuencia semanal de trabajo



Semana 1 /

¿Cuál es más grande?



SE ESPERA QUE LOS ESTUDIANTES:

- Comprendan el concepto de número racional.
- Reflexionen sobre la noción de fracción equivalente.
- Exploren diferentes métodos para comparar fracciones

Actividad 0. Presentación del proyecto

Esta actividad tendrá un tiempo estimado de uno o dos módulos de 40 minutos.

Momento I. Presentación del proyecto

Comenten con sus estudiantes el interrogante que orienta este proyecto: ¿cómo hacer nuestros propios descubrimientos? y la idea central del mismo, el formularse preguntas e indagar para descubrir nuevos patrones, regularidades y propiedades de algún objeto matemático o el hacer uso de herramientas matemáticas para hacer descubrimientos en otras áreas, como han hecho en algunas actividades de otros proyectos, solo que en este caso será el eje central del trabajo.

Recuperen, junto con sus estudiantes, algunas actividades de proyectos anteriores en las que ellos hayan hecho algunas investigaciones como, por ejemplo, cuando descubrieron verdades de la tabla pitagórica o patrones que les permitieron crear sus propios trucos de magia en el proyecto de primer año o cuando descubrieron propiedades de figuras geométricas en el proyecto de segundo. Pueden indagar en qué otras actividades de los proyectos ellos hicieron sus propios descubrimientos.

Adelanten, como se ha dicho anteriormente, que el producto final de este proyecto será el de comunicar algún descubrimiento matemático o que hayan usado la matemática para llegar a él.

Para comenzar con el tema se pueden usar algunos de los hechos (lo comentado sobre *The Big Bang Theory* y la demostración del Teorema de Fermat) comentados en la introducción de este proyecto o alguno de estos dos videos (u otro que les parezca pertinente):

Matemáticos en primera persona, El Oso Producciones.

El video dura aproximadamente 25 minutos y 10 matemáticos cuentan en primera persona qué hacen y por qué eligieron ser matemáticos. Pueden introducir este video preguntando a sus estudiantes ¿qué les parece que hace un matemático? Pueden recorrer alguno de todos los testimonios. Hay uno muy interesante, el de Pablo Ferrari, que cuenta cómo creaba sus propios métodos cuando iba a la primaria para no tener que memorizar las tablas.

El secreto para hacer descubrimientos científicos: cometer errores, Phil Plait.

Para introducir este video pueden preguntar a los estudiantes qué les parece que es lo más importante a tener en cuenta a la hora de poder embarcarse en hacer una investigación para descubrir algo y fortalecer la idea de que la mayoría de las veces no llegamos en un primer intento a lo que queremos y que hay que seguir investigando y aprendiendo de los errores.

Situación/Desafío

Durante el recorrido de este proyecto asumirán el rol de un grupo de matemáticos que están investigando con el objetivo de hacer nuevos descubrimientos que luego nos permitirán responder interrogantes dentro de la matemática o de otras áreas como por ejemplo ¿cuánto mide el radio de la tierra? (qué será el desafío a resolver en la semana 5). Para esto, cada semana nos llegarán misiones de la Agencia Internacional de Matemáticos que nos desafiarán a resolverlas para colaborar con el objetivo colectivo principal: seguir descubriendo cosas nuevas.

Desafío inicial

Su misión, luego de resolver los problemas semanales que nos enviarán, será la de formularse nuevas preguntas o elegir algunos de estos desafíos que les permitan explorar e indagar sobre alguna temática y descubrir algo nuevo.

Desafíos propuestos

1. Fracciones en el medio

Si nos dan dos fracciones, por ejemplo $\frac{2}{17}$ y $\frac{7}{17}$ podemos decir fácilmente que $\frac{3}{17}$, $\frac{4}{17}$, $\frac{5}{17}$ y $\frac{6}{17}$ son fracciones que están entre ambas, es decir que son mayores que $\frac{2}{17}$ y menores que $\frac{7}{17}$. Qué pasa si nos piden cinco fracciones entre ambas, ¿hay? ¿Cómo las buscamos?



MATEMÁTICOS EN
PRIMERA PERSONA, EL
OSO PRODUCCIONES.
DISPONIBLE EN
<https://www.youtube.com/watch?v=-fPf0Oj3njA>



EL SECRETO PARA HACER
DESCUBRIMIENTOS
CIENTÍFICOS: COMETER
ERRORES, PHIL PLAIT.
DISPONIBLE EN
https://www.ted.com/talks/phil_plait_the_secret_to_scientific_discoveries_making_mistakes/transcript?language=es#t-651573

S1

S2

S3

S4

S5

S6



La idea de esta investigación es que puedan crear métodos que nos permitan encontrar diversas cantidades de fracciones entre dos dadas.

2. La “magia” de la fracción $\frac{1}{7}$

Cuando uno hace la cuenta $\frac{1}{7}$ obtiene como resultado 0,142857143857... que tiene la siguiente particularidad:

- $142857 \times 1 = 142857$
- $142857 \times 2 = 285714$
- $142857 \times 3 = 428571$
- $142857 \times 4 = 571428$
- $142857 \times 5 = 714285$
- $142857 \times 6 = 857142$

¿Qué patrón observas?

La idea de esta investigación es que puedan descubrir qué otras fracciones tienen la misma “magia” que $\frac{1}{7}$ o usar esta magia de inspiración para descubrir otros patrones presentes en algunas fracciones.

3. Errores correctos

Como sabemos, realizar esta cancelación es incorrecta:

$$\frac{\cancel{16}}{\cancel{64}} = \frac{1}{4}$$

¡¡ resultado correcto !!

Sin embargo, en este caso particular, el resultado que obtenemos es correcto. La idea de esta investigación es encontrar fracciones donde realizar la cancelación incorrectamente, nos permita llegar igual a resultados correctos, ¿se animan a encontrar todas en las que numerador y denominador tengan dos cifras? ¿Cómo están seguros que son todas?

4. Algoritmos para sumar³

Se han propuesto los siguientes métodos para sumar dos fracciones

3. Actividad extraída de Coll, Chorny y Pezzatti (2012).

$$\text{a)} \quad \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$$

$$\text{b)} \quad \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{2(a+c)}{b+d}$$

$$\text{c)} \quad \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{2(a \cdot d + c \cdot b)}{b+d}$$

$$\text{d)} \quad \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{17a+31c}{b+d}$$

$$\text{e)} \quad \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d} + \frac{\frac{a}{b}}{1+\frac{b}{d}} + \frac{\frac{c}{d}}{1+\frac{d}{b}}$$

$$\text{f)} \quad \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{a+b+c+d}$$

$$\text{g)} \quad \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a}{b+d}$$

$$\text{h)} \quad \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + c \cdot b}{b \cdot d}$$

$$\text{i)} \quad \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = a + 2b + 2d + c$$

$$\text{j)} \quad \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

$$\text{k)} \quad \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b \cdot d}$$

$$\text{l)} \quad \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{d}\right) \frac{(a \cdot d + c \cdot b)}{b+d}$$

La idea de esta investigación es analizar cuáles sirven y cuáles no sirven como algoritmos para sumar fracciones, exhibiendo un contraejemplo⁴ en los casos que no sirva y dando alguna argumentación en el caso de que sí sirva.

5. Medir el radio de la Tierra

Como vimos en un proyecto anterior, podemos usar la regla u otros elementos para medir algunos objetos y distancias. Sin embargo, si queremos medir la distancia entre dos planetas o el radio de la Tierra, se nos presenta una dificultad: no podemos ir y medir usando la regla. ¿Se te ocurre cómo podemos usar la matemática para medir el radio de la Tierra?

Producto final

Elegir una de las preguntas que hayan surgido durante el proceso para hacer una investigación y luego comunicarla. Podrá elegirse, también, alguno de los desafíos propuestos anteriormente. El formato para comunicar los resultados puede ser tanto escrito, como oral (mediante un video, un texto, una exposición, un póster u otro recurso que se les ocurra).

4. Un *contraejemplo* es una excepción a una regla general propuesta, es decir, un caso específico de la falsedad de una cuantificación universal (un “para todo”) (https://es.wikipedia.org/wiki/Cuantificador_universal).

En este primer momento, como mencionamos, será necesario compartir la rúbrica de evaluación del proyecto final con sus estudiantes, para que la tengan presente desde el comienzo del recorrido. Pueden dárselas impresa para que la agreguen a sus carpetas.

¡Comenzamos!

Momento II. Rutina de Pensamiento

Propongan a sus estudiantes realizar la Rutina de Pensamiento “Punto 3-2-1” con relación al tópico de este proyecto, es decir, ¿Cómo hacer nuestros propios descubrimientos? En este momento completarán la parte “antes del puente” y luego se retomará esta rutina al finalizar este proyecto.

[Actividad inicial: Punto 3-2-1]

1. Escribe tres palabras que vengan a tu mente sobre ¿Cómo hacer nuestros propios descubrimientos en matemática?
2. Ahora, escribe dos preguntas que se te ocurran con relación a ¿Cómo hacer nuestros propios descubrimientos en matemática?
3. Finalmente, escribe algo que te parezca que tengamos que aprender relacionado con ¿Cómo hacer nuestros propios descubrimientos en matemática?

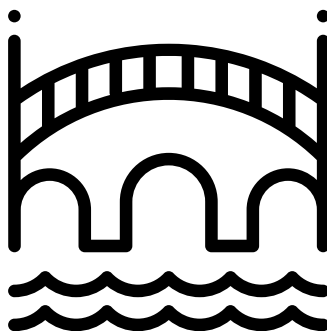
Una vez que termines, guardá la hoja para más tarde

Respuestas

3 ideas

2 preguntas

1 descubrimiento



Respuestas

3 ideas

2 preguntas

1 descubrimiento

Inviten a los que lo deseen a compartir sus respuestas y comenten que retomarán esta actividad al finalizar el recorrido de este proyecto. Es recomendable dejar algún registro en afiche de lo que escribieron para poder retomarlo cuando lo consideren pertinente.

En este momento retomen lo escrito con respecto a lo que tienen que aprender para poder descubrir cosas nuevas. La idea es poner en común qué creen que tienen que aprender. Retomando los ejemplos de proyectos anteriores ¿qué hicieron en ese momento para hacer descubrimientos? Armar conjuntamente una lista en relación con la pregunta ¿cuáles son las cuestiones esenciales a aprender para poder descubrir cosas nuevas?

Actividad 1. Guerra de fracciones

Esta actividad tendrá un tiempo estimado de tres módulos de 40 minutos.

Momento I. Rutina de Pensamiento

Cuenten a sus estudiantes que una de las cuestiones esenciales cuando uno aspira a descubrir cosas nuevas, es indagar sobre el estado del arte de lo que se quiere investigar, es decir, sobre resultados previos que otros matemáticos hayan obtenido para poder avanzar a partir de allí con nuestros descubrimientos.

El primer tema que vamos a investigar ya lo vieron previamente en la escuela primaria y secundaria, pero ahora lo vamos a explorar con más profundidad. Por eso, en este caso, vamos a ver qué saben los estudiantes sobre fracciones y este será el puntapié inicial para nuestras futuras indagaciones sobre este contenido. Para eso les proponemos trabajar con la siguiente rutina.

Rutina CSI. Cada estudiante dividirá una hoja a la mitad, quedando así la parte de arriba y la parte de abajo de la hoja. Luego van a dividir la parte de arriba en dos partes quedando así la parte de arriba de la izquierda y la parte de arriba de la derecha. En la parte de arriba de la izquierda van a escribir la palabra *color*, en la parte de arriba de la derecha van a escribir *símbolo* y en la parte de abajo van a escribir *imagen*. Luego, les van a dar una palabra y los estudiantes deberán completar cada parte de la hoja con lo que pide (color, símbolo, imagen) relacionado con la palabra que se les dijo. La palabra es *fracción*. Una vez que van terminando recogen esas hojas para usar estos registros en el Momento II y analizarlos posteriormente.

S1

S2

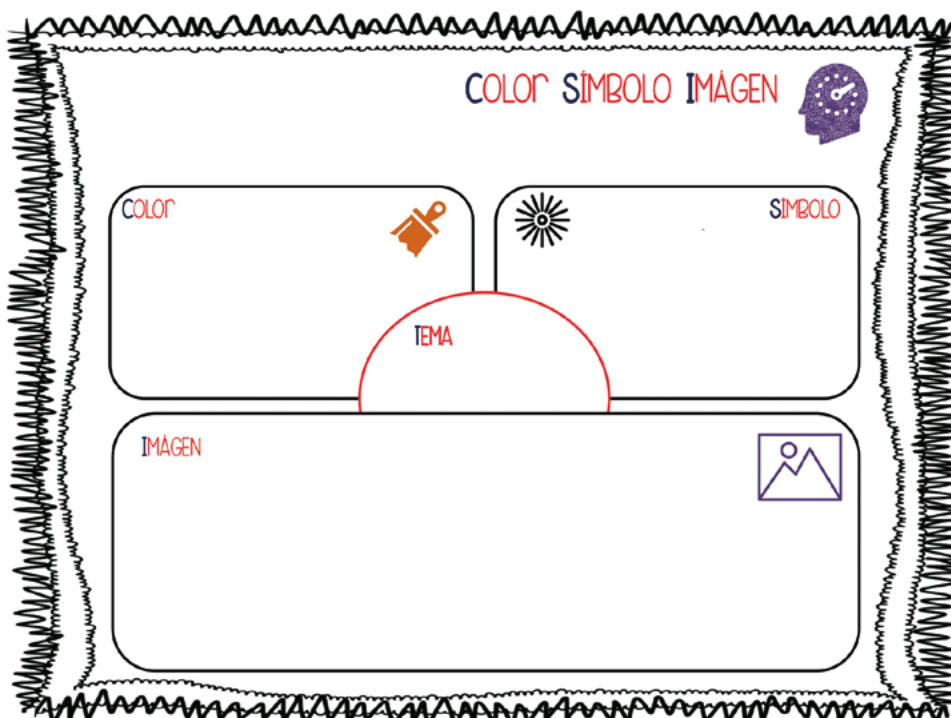
S3

S4

S5

S6

Idea de lo que haremos en la hoja que acabamos de dividir:⁵



Momento II. Puesta en común

Pregunten al grupo general: ¿Qué saben de las fracciones? ¿Qué colores, símbolos e imágenes usaron para describirlas? ¿Por qué? Escuchen, repregunten y usen las respuestas de los chicos para definir qué es una fracción, para qué se usa y cuándo dos fracciones son equivalentes.

La noción de equivalencia de fracciones es de suma importancia para entender la operatoria de números racionales. Posiblemente sea una de las primeras instancias donde aparezca la noción de equivalencia, con lo cual es importante revisar este concepto en actividades siguientes.

Momento III. Misión

Presenten a sus estudiantes la primera misión que deberán resolver en equipos para aprender a descubrir cosas nuevas.

5. Imagen extraída de <http://www.orientacionandujar.es/2016/05/18/rutina-pensamiento-color-simbolo-imagen-csi/>.

Primera misión. ¿Cuál es más grande?



Queridos matemáticos:

Como saben, una de las cosas que nos interesa a los matemáticos es poder comparar. En este caso queremos comparar dos fracciones y decidir cuál de las dos es mayor.

Para explorar el tema y plantear diferentes algoritmos pueden jugar al juego que aquí les proponemos: “guerra de fracciones”. Después de unas partidas seguramente estarán más preparados para proponer ese método rápido e infalible que necesitamos y explicar por qué es el mejor.

¡Éxitos en esta primera misión!

Momento IV. ¡A jugar!

Los estudiantes, en grupos, pueden jugar a la guerra de fracciones con las cartas⁶ u online en el siguiente link: bit.ly/Guerra_de_Fracciones.

Ofrezcan un tiempo para que jueguen y luego otro momento para que puedan crear sus propios algoritmos, validando que sirvan para el propósito pedido y, de ser posible, sea el más eficiente.

Momento V. Puesta en común

La idea de esta puesta en común es compartir los diferentes métodos que hayan creado. Analizando en cada caso por qué es válido para decidir qué fracción es más grande. Pueden elegir compartir algunos como, por ejemplo, los que tengan alguna diferencia.

Es importante que quede claro el argumento de por qué estos algoritmos sirven para comparar fracciones. De no haber dos métodos distintos, ustedes pueden proponerlos. Por ejemplo, seguramente algunos planteen que tienen que hacer el producto cruzado y otros pueden directamente conseguir fracciones equivalentes con igual denominador. En el primer caso, indagar por qué eso sirve. Dejar en claro que no alcanza con probar con algunos ejemplos para poder concluir que sirve para cualesquiera dos fracciones.

6. En este caso pueden imprimir las cartas que se encuentran en este link bit.ly/Cartas_guerra.

S1

S2

S3

S4

S5

S6

Momento VI. Actividad de metacognición

Profundizaremos sobre una de las rutinas de pensamiento que utilizamos en años anteriores y que consiste en dedicar 5 minutos al finalizar la clase o al finalizar una actividad para que los estudiantes piensen y registren sobre las preguntas ¿Qué aprendí hoy? ¿Cómo me doy cuenta que lo aprendí? ¿En qué otras ocasiones puedo usarlo? Después, pueden invitar a aquellos alumnos que quieran, a compartir sus respuestas.

Es importante hacer hincapié en cómo ellos pudieron descubrir sus propios métodos para comparar fracciones y cómo la matemática nos da un espacio para poder hacer nuestras propias creaciones y descubrimientos.

Si bien a lo largo del proyecto plantearemos estas preguntas al finalizar cada actividad, también puede proponerse al finalizar cada clase. Como hicimos en proyectos anteriores, pueden plantear alguna de estas preguntas, u otras, al finalizar la clase como “tarjeta de salida” lo que les será de utilidad para retomar lo que crean conveniente a la siguiente clase.

Es importante sostener este trabajo durante todo el proyecto.

Sería interesante que en esta actividad de metacognición aparezca que han aprendido la noción de fracción equivalente, cómo elaborar algoritmos y a decidir cuándo una fracción es más grande/ chica/ igual que otra.

Semana 2 /

¿Qué resultados obtengo?



SE ESPERA QUE LOS ESTUDIANTES:

- Comprendan cómo se realiza la suma y la resta de fracciones.
- Explore diferentes estrategias para descubrir nuevas propiedades.
- Argumenten sus afirmaciones.

Actividad 2. Descubriendo resultados I

Esta actividad tendrá un tiempo estimado de cuatro módulos de 40 minutos. El objetivo de esta actividad es que los estudiantes puedan descubrir nuevas cuestiones sobre las fracciones y a la vez puedan fortalecer la operatoria aunque el foco estará puesto en la indagación y no solamente en algoritmos para sumar o restar fracciones.

Momento I. Suma máxima

Presenten a sus estudiantes la segunda misión que deberán resolver en equipos para seguir descubriendo cosas nuevas. Si lo consideran necesario pueden leer con ellos la consigna y aclarar aquellas inquietudes que puedan surgir.

Segunda misión. ¿Qué tan grande puede ser esta suma?



Queridos matemáticos:

Hemos recibido con gran entusiasmo los métodos que han creado para poder comparar fracciones y esto les será de utilidad para esta nueva misión que acá les proponemos.

Como saben, otra de las grandes tareas de los matemáticos es optimizar, es decir, hallar “lo mejor” dadas ciertas restricciones. En este caso queremos optimizar el valor de esta suma, es decir, que sea lo más grande posible.

S1

S2

S3

S4

S5

S6

$$\begin{array}{r} \square \\ \hline \square \end{array} + \begin{array}{r} \square \\ \hline \square \end{array} =$$

Las restricciones en este caso son:

- En cada cuadrado solo puede ir un dígito del 1 al 9.
- No se pueden repetir los dígitos.

¿Cuál es el resultado más grande que podemos obtener? ¿Por qué están seguros que es el mayor?

¡Éxitos en esta segunda misión!

Mientras los estudiantes trabajan en equipos y ustedes pasan por los diferentes grupos, pueden ir viendo si hay dificultades en cómo se realiza la suma, aclarando dudas o haciendo que algunos les expliquen a otros. Si bien el foco está puesto en la exploración y en descubrir cuál es el valor máximo de la suma, esta actividad permite conocer cuál es la situación de cada estudiante con relación a la operatoria con fracciones.

Momento II. Puesta en común

Pregunten al grupo general: ¿Cómo comenzaron su investigación? ¿Cómo se dividieron la tarea? ¿Qué descubrieron?

Este proyecto puede servir para que los estudiantes profundicen en estrategias para trabajar en equipos, como, por ejemplo, dividirse las tareas para optimizar el uso del tiempo.

Una vez que todos los equipos comparten sus comentarios, pregunten ¿cuál es el resultado más grande que obtuvieron? Otras preguntas que sería interesante trabajar son: ¿qué tan seguros están de que ese es el resultado más grande que se puede obtener? ¿Por qué?

En relación con la pregunta sobre qué descubrieron, es posible que en los grupos hayan comenzado el trabajo explorando casos particulares y viendo qué resultados se obtienen de ellos. En otros equipos, es posible que haya aparecido la idea de que necesitan que las fracciones que suman sean lo más grandes posible y que esto se logra poniendo de denominador un número chico y de numerador un número grande.

De este modo la fracción más grande que pueden lograr con los dígitos del 1 al 9 es $\frac{9}{1}$. Podría surgir también si este número es o no una fracción, en cuyo caso conviene recuperar lo ocurrido en la puesta en común anterior donde se trabajó con el concepto de fracción. Una vez que descubren esto pueden establecer que entonces el resultado será mayor si aparecen el 8 y el 9 en los numeradores y aparecen el 1 y el 2 en los denominadores y ahora solo queda probar unos pocos ejemplos (son solo dos por la conmutatividad de la suma, $\frac{9}{1} + \frac{8}{2}$ y $\frac{8}{1} + \frac{9}{2}$) para saber qué resultado es mayor.

En este punto, para dar una argumentación pueden preguntar: ¿qué pasa si cambian alguno de los numeradores?, y ¿qué pasa si cambian alguno de los denominadores? En el caso de los numeradores, se cambiaría por un número menor ya que no se pueden repetir los dígitos, en cuyo caso la fracción reemplazada sería menor, lo que llevaría a un resultado más chico. En el caso de los denominadores, debería cambiarse por un dígito mayor, en cuyo caso la fracción reemplazada sería menor, lo que también llevaría a un resultado más chico.

Seguramente aparecerán grupos donde están seguros de los resultados porque han tenido estrategias de exploración exhaustiva —es decir, probaron con todas las posibles combinaciones— mientras que en otros pueden haber indagado argumentos relacionados con cómo maximizar el resultado de acuerdo a cómo se suman fracciones. En esta instancia, pueden debatir sobre las ventajas y desventajas de cada una de estas dos estrategias. En general, el análisis exhaustivo lleva más tiempo, pero los argumentos generales son más difíciles de escribir correctamente con lo cual es conveniente tener registro de ambas estrategias y a la vez fortalecer la argumentación.

Momento III. Suma entera

Presenten a sus estudiantes la tercera misión que deberán resolver. En esta oportunidad podrán elegir trabajar individualmente, en parejas o en equipos. Ofrezcan tiempo para que puedan tomar esta decisión. Además, los estudiantes, podrán elegir qué desafíos abordar o inclusive plantearse nuevos.

Esta actividad servirá para evaluar en proceso a los estudiantes o como una propuesta alternativa para aquellos estudiantes que terminen antes la actividad anterior.

Tercera misión. ¿Cuáles son todos los posibles resultados?⁷



Queridos matemáticos:

Muchas gracias por el gran trabajo de investigación que han realizado en la misión anterior.

Como saben, otra de las tareas que tenemos los matemáticos es la de enumerar todas las posibilidades de algún suceso.

En este caso, se nos ocurrió indagar sobre cuáles son todos los posibles resultados de esta cuenta utilizando los dígitos del 1 al 9 sin repetir, colocando uno en cada cuadrado.

$$\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} =$$
$$\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array}$$

¿Están seguros que son todos? ¿Alguno de esos resultados es un número entero? ¿Cómo lo pensaron?

¡Éxitos en esta tercera misión!

Como siempre, es recomendable realizar previamente la actividad para poder visualizar los diferentes recorridos que puedan hacer nuestros estudiantes y, a la vez, tomar contacto con el nivel de dificultad de cada descubrimiento.

7. Actividad adaptada de www.desmos.com.

Momento IV. Actividad de metacognición

Es importante al finalizar una actividad volver a dedicar un tiempo para que los estudiantes piensen y registren sobre las preguntas ¿Qué aprendí hoy? ¿Cómo me doy cuenta que lo aprendí? ¿En qué otras ocasiones puedo usarlo? ¿Qué nuevas preguntas se me ocurren para investigar? Después, pueden invitar a aquellos alumnos que quieran a compartir sus respuestas.

Comenten a sus estudiantes la importancia de ir tomando nota sobre las nuevas preguntas que deseen indagar ya que estos nuevos descubrimientos podrán presentarse como producto final de este proyecto.

Sería interesante que en esta actividad de metacognición surja que han aprendido diferentes métodos para argumentar sus afirmaciones (análisis exhaustivo o usando propiedades), a sumar fracciones y/o a trabajar en equipo y si no aparece, hacerlo visible.

Actividad 3. Descubriendo resultados II

Esta actividad tendrá un tiempo estimado de dos o tres módulos de 40 minutos. La idea es que los estudiantes puedan realizar descubrimientos sobre propiedades de las fracciones, y a la vez fortalecer la operatoria, aunque el foco estará puesto en la indagación y no solamente en algoritmos para sumar o restar fracciones.

Momento I. Restas

Presenten a sus estudiantes la cuarta misión que deberán resolver en equipo para seguir haciendo descubrimientos. Si lo consideran necesario, pueden leer con ellos la consigna y aclarar aquellas inquietudes que puedan surgir. En esta actividad podrán elegir qué propuesta trabajar.

Cuarta misión. Elige tu propia investigación

Queridos matemáticos:

Desde la Agencia Internacional de Matemáticos estamos muy contentos con los avances que se están logrando en su comunidad local, razón por la cual les proponemos colaborar en una nueva investigación.

Como saben, una tarea importante de los matemáticos es elegir una buena pregunta para investigar y poder entonces hacer descubrimientos. Así que en

S1

S2

S3

S4

S5

S6



esta oportunidad les ofrecemos tres preguntas que nos interesa explorar y ustedes elegirán una y avanzarán con su equipo en la investigación elegida.

La idea, como en la misión anterior, es indagar sobre los posibles resultados de colocar en esta resta cuatro dígitos del 1 al 9 sin repetir, colocando uno en cada cuadrado:

The image shows a subtraction problem template. It consists of two rows of boxes. The top row has two boxes, and the bottom row has two boxes. A horizontal line is drawn between the two rows. To the right of the boxes, there is an equals sign followed by a blank space for the result. The boxes are intended for digits from 1 to 9, with no repeats.

Acá les dejamos las tres opciones que tenemos:

- Opción 1. Colocar cuatro de los dígitos del 1 al 9, uno en cada cuadrado, para obtener el menor valor positivo posible. ¿Cuál es este valor? ¿Cómo están seguros que es el menor?
- Opción 2. Colocar cuatro de los dígitos del 1 al 9, uno en cada cuadrado, para obtener el valor más cercano a 1. ¿Cuál es este valor? ¿Cuál es esa diferencia? ¿Cómo están seguros de que es el que más se acerca?
- Opción 3. Colocar cuatro de los dígitos del 1 al 9, uno en cada cuadrado, para obtener el valor más cercano a $\frac{1}{2}$. ¿Cuál es este valor? ¿Cuál es esa diferencia? ¿Cómo están seguros de que es el que más se acerca?

¡Éxitos en esta cuarta misión!

Mientras los estudiantes trabajan en equipos y ustedes pasan por los diferentes grupos, pueden ir observando si hay dificultades con respecto a cómo se realiza la resta, aclarando dudas o haciendo que algunos les expliquen a otros. Si bien el foco está puesto en la exploración y en hacer descubrimientos, esta actividad pretende seguir fortaleciendo la operatoria con fracciones.

Como siempre, es conveniente haber resuelto previamente la actividad para poder tomar contacto con diferentes estrategias de resolución y con la dificultad que implica cada paso de la resolución.

Momento II. Puesta en común

Pregunten al grupo general: ¿Qué opción eligieron investigar? ¿Cómo comenzaron su investigación? ¿Cómo se dividieron la tarea? ¿Qué cosas descubrieron?

Dar tiempo a que todos los equipos comenten sobre estas preguntas, que intercambien ideas de acuerdo a la opción que han elegido indagar. Es posible que aparezcan grupos donde están seguros porque han tenido estrategias de exploración exhaustiva, es decir, probaron con todas las posibles combinaciones, mientras que en otros grupos pueden haber intentado argumentos generales. Den lugar a ambas estrategias interviniendo para que puedan avanzar en sus pruebas.

Al finalizar la puesta en común, pueden dejar anotado en el pizarrón cómo se suman y restan fracciones para que les quede el registro por escrito, siempre haciendo hincapié en buscar fracciones equivalentes con igual denominador. No es conveniente dar métodos que los estudiantes no terminen de comprender.

En esta puesta en común también se puede revisar cómo se realiza la multiplicación y la división de fracciones.

Momento III. Tomando nota

Presenten a sus estudiantes la consigna “Anotaciones del matemático”. La idea es que ellos puedan tener una parte del cuaderno en donde hacer sus anotaciones para luego ir revisando e investigando para el producto final.

Anotaciones del matemático



Como ya aprendieron, lo primero que tenemos que hacer cuando queremos descubrir cosas nuevas es indagar sobre el estado del arte, es decir, sobre los resultados que ya conocemos al respecto, pero para poder hacer eso primero necesitamos saber qué preguntas queremos investigar.

En este sentido, cada vez que estamos leyendo algo o realizando alguna investigación y se nos ocurren nuevas preguntas, es importante tener un cuaderno cerca, o al menos un par de hojas, donde anotarlas. Esto nos ayudará a comenzar nuevas investigaciones.

Los invitamos a hacer un lugar en sus carpetas destinado a estas “anotaciones matemáticas” donde podrán registrar todas esas preguntas que les surgen.

S1

S2

S3

S4

S5

S6

Para esto, revisen las actividades previas y dejen registro de aquellas nuevas preguntas que podría interesarles explorar.

Por ejemplo, en la primera misión teníamos que elaborar métodos para comparar dos fracciones, ¿habrá algún otro método que no hayamos descubierto? Otra pregunta que se nos ocurre en relación con la misión de la suma de fracciones es ¿qué pasa si en vez de sumar tres fracciones sumo cuatro? ¿me sirve la estrategia para hallar el mayor resultado? ¿Qué otras se les ocurren?

Como dijo Albert Einstein, “lo importante es no dejar de hacerse preguntas”. ¡A formularnos preguntas!

Momento IV. Afiche o muro de preguntas

Pueden invitar a sus estudiantes a compartir algunas de estas preguntas y registrarlas en un afiche en el aula o en un muro virtual⁸ para que todos puedan investigar sobre ellas.

También es una actividad interesante analizar qué preguntas se pueden investigar y qué preguntas no, o, cuáles preguntas pueden encontrar la respuesta en Google y cuáles preguntas no, con la intención de ir clasificando esas preguntas. Lo interesante sería que investiguen preguntas de las que no encuentran las respuestas en Google, o al menos no sea sencillo hacerlo.

8. www.padlet.com es una opción para armar muros virtuales.

Semana 3 /

¿Qué representan?



SE ESPERA QUE LOS ESTUDIANTES:

- Comprendan la noción de proporción y puedan expresarla como una fracción.
- Resuelvan problemas que involucren la noción de fracción.
- Anticipen resultados.

Actividad 4. ¿Cuántos jugos hay?

Esta actividad tendrá un tiempo estimado de dos o tres módulos de 40 minutos. El objetivo es que los estudiantes puedan vivenciar para qué sirven las fracciones y fortalecer lo aprendido en actividades anteriores.

Momento I. Jugos y sabores

Presenten a sus estudiantes la quinta misión que deberán resolver en equipos para seguir descubriendo cosas nuevas.

Quinta misión. ¿Cuántos sabores hay?⁹

Queridos matemáticos:

Gracias a su compromiso y esfuerzo en las investigaciones anteriores hemos logrado hacer una publicación en una revista especializada en Números Racionales.

Como saben, no siempre las investigaciones matemáticas se centran en hacer descubrimientos propios de la matemática: muchas veces nuestras investigaciones se ocupan de usar la matemática para descubrir cuestiones cotidianas o de otras áreas del saber.

En esta oportunidad nos ocupa el tema de los jugos nutritivos. En el mercado hay dos marcas: Ceppin y Baggin. Ceppin tiene $\frac{2}{5}$ de naranja, $\frac{1}{2}$ de manzana y

9. Actividad adaptada de Coll, Chorny y Pezzatti (2012).



S1

S2

S3

S4

S5

S6

el resto de frutilla. Baggin tiene $\frac{1}{3}$ de manzana, $\frac{1}{4}$ de frutilla y el resto de naranja. Ambos vienen en botellas del mismo tamaño.

A uno de nuestros matemáticos le gusta probar sabores diferentes y mezcló en una jarra 2 botellas de Ceppin y 3 botellas de Baggin, ¿qué proporción de frutilla hay en la jarra?

Otro de nuestros matemáticos es fanático de la manzana y quiere indagar cuántas intensidades podrá probar con los jugos que hay en el mercado. Su jarra tiene una capacidad de 6 botellas de jugo, ¿cuántas intensidades distintas podrá probar? ¿Cómo lo pensaste?

Después de probar tantas intensidades diferentes del sabor a manzana, nuestro matemático fue por más y se compró una jarra de tamaño igual a 12 botellas de jugo. ¿Le alcanzará para hacer mezclas que tengan la misma proporción de naranja que de frutilla? ¿Y de frutilla que de manzana? ¿Y si se comprara una jarra infinita?

¡Éxitos en esta quinta misión!

Mientras los estudiantes trabajan en equipos y ustedes circulan por los diferentes grupos, pueden ir viendo si hay dificultades en torno a la noción de proporción y cómo calcularla. Si bien el foco está puesto en la exploración y en elaborar métodos que les permitan resolver el problema propuesto, esta actividad también sirve para evaluar en qué situación se encuentran los estudiantes en relación con otros contenidos ya abordados previamente.

Momento II. Puesta en común

Pregunten al grupo general: ¿Cómo comenzaron su investigación? ¿Cómo se dividieron la tarea? ¿Qué cosas descubrieron?

Este proyecto puede servir para que los estudiantes puedan profundizar en estrategias para trabajar en equipos, como, por ejemplo, dividirse las tareas para optimizar el uso del tiempo.

Una vez que todos los equipos comenten sobre estas preguntas pueden elegir algunas para que cada grupo explique qué pensó y puedan llegar entre todos a resolver los problemas planteados.

Para las preguntas sobre diferentes intensidades de sabor manzana, seguramente aparecerán grupos donde estén seguros de los resultados porque han tenido estrategias de exploración exhaustiva, es decir poniendo de 0 a 6 botellas de uno y de 0 a 6 del otro sin pasarse de la capacidad de la jarra, es decir, probaron con todas las combinaciones posibles. Acá es probable que algunos grupos no hayan considerado todas las opciones porque, por ejemplo, asumieron que la jarra tenía que estar llena o porque no han hecho su análisis siguiendo un orden. Al debatir sobre esta pregunta conviene chequear que todos los estudiantes comprendan el concepto de proporción y cómo pueden describirla mediante una fracción.

Para la pregunta con la jarra con capacidad de 12 botellas o de tamaño infinito conviene indagar si lo que hicieron anteriormente les sirve para responder estas preguntas o si tienen que comenzar un nuevo análisis. Es interesante que entre todos puedan elaborar métodos que les permitan, mediante la investigación ya hecha previamente, analizar cómo resolverían el problema para cualquier jarra y, en la medida de lo posible, qué pueden anticipar respecto de la cantidad de intensidades.

Momento III. Actividad de metacognición

Dediquen 5 minutos al finalizar la clase o al finalizar una actividad para que los estudiantes piensen y registren ¿Qué aprendí hoy? ¿Cómo me doy cuenta que lo aprendí? ¿En qué otras ocasiones puedo usarlo? ¿Qué nuevas preguntas se me ocurren para investigar? Después, pueden invitar a aquellos alumnos que quisieran a compartir sus respuestas.

Comenten a sus estudiantes que es importante ir tomando nota de las nuevas preguntas que deseen indagar ya que estos nuevos descubrimientos podrán presentarse como producto final de este proyecto.

Rúbrica para evaluar la Actividad 4 y/u otra que consideren

La siguiente rúbrica servirá para evaluar los aprendizajes de los alumnos. Deben presentarla al comenzar la actividad para que puedan conocer de antemano cómo serán evaluados. Si bien proponemos usarla para evaluar la Actividad 4, como verán, algunos ítems servirán para la evaluación de otras actividades que ustedes consideren, inclusive pudiendo hacerse una autoevaluación o una evaluación entre pares.

S1

S2

S3

S4

S5

S6

	EXPERTO	AVANZADO	LOGRADO	EN CAMINO
Resolución de Problemas	Selecciona estrategias adecuadas para resolver el problema. Aplica esas estrategias correctamente con precisión y rigor. Da una respuesta acorde a lo pedido. Puede pensar problemas nuevos (diferentes a los realizados en las situaciones de enseñanza).	Selecciona estrategias adecuadas para resolver el problema. Aplica esas estrategias correctamente y sin ayuda. Da una respuesta acorde a lo pedido.	Selecciona estrategias adecuadas para resolver el problema con la ayuda del docente. Aplica esas estrategias correctamente con la ayuda del docente.	Tiene dificultades para seleccionar las estrategias adecuadas para resolver el problema.
Conocimiento sobre números racionales	Utiliza correctamente los conceptos trabajados y puede deducir y utilizar conceptos y propiedades aún no estudiadas.	Utiliza correctamente los conceptos trabajados (concepto de fracción, comparación de fracciones, operaciones con números racionales).	Utiliza correctamente los conceptos trabajados con ayuda del docente (concepto de fracción, comparación de fracciones, operaciones con números racionales).	Tiene dificultades para utilizar correctamente los conceptos trabajados (concepto de fracción, comparación de fracciones, operaciones con números racionales).
Razonamiento y argumentación	Analiza y evalúa con argumentos deduciendo conclusiones.	Analiza y evalúa con argumentos sin llegar a conclusiones generales.	Analiza y evalúa sin suficientes argumentos. Por ejemplo, solo estudiando un caso particular.	Tiene dificultades para analizar.

Semana 4 /

¿Qué patrones se esconden?



SE ESPERA QUE LOS ESTUDIANTES:

- Descubran patrones.
- Exploren diferentes estrategias para descubrir propiedades.
- Elaboren métodos para pasar de fracción a número decimal y viceversa.

Actividad 5. ¿Qué relaciones encontramos?

Esta actividad se desarrolla en un tiempo estimado de dos o tres módulos de 40 minutos.

Momento I. Descubriendo patrones

En esta actividad los estudiantes trabajarán en grupos que el docente decidirá de acuerdo con la intención pedagógica. Lo ideal sería que sean de 3 o 4 personas cada uno.

Los estudiantes podrán elegir entre dos misiones: una relacionada con números racionales y la otra con semejanza de triángulos. Presenten a sus estudiantes la sexta misión.

Sexta misión. ¿Qué patrones pueden descubrir?



Queridos matemáticos:

Estamos haciendo un gran trabajo juntos y es por eso que les volvemos a escribir con nuevas preguntas que surgen en la Agencia Internacional de Matemáticos.

Como saben, pues han trabajado mucho en el proyecto de magia hace dos años, la matemática es la ciencia de los patrones. Así que en esta oportunidad les mostramos dos investigaciones que estamos realizando para que nos ayuden a encontrar esos patrones ocultos en los objetos matemáticos que nos permitirán hacer nuevos descubrimientos sobre propiedades matemáticas.

S1

S2

S3

S4

S5

S6

Investigación 1. Sobre números racionales

$$\frac{1}{10} = 0,1$$

$$\frac{2}{10} = 0,2$$

$$\frac{13}{10} = 1,3$$

$$\frac{25}{10} = 2,5$$

$$\frac{101}{10} = 10,1$$

$$\frac{2}{100} = 0,02$$

$$\frac{18}{100} = 0,18$$

$$\frac{181}{100} = 1,81$$

$$\frac{4}{1000} = 0,004$$

$$\frac{256}{1000} = 0,256$$

$$\frac{1}{5} = 0,2$$

$$\frac{1}{25} = 0,04$$

$$\frac{1}{20} = 0,05$$

$$\frac{1}{8} = 0,125$$

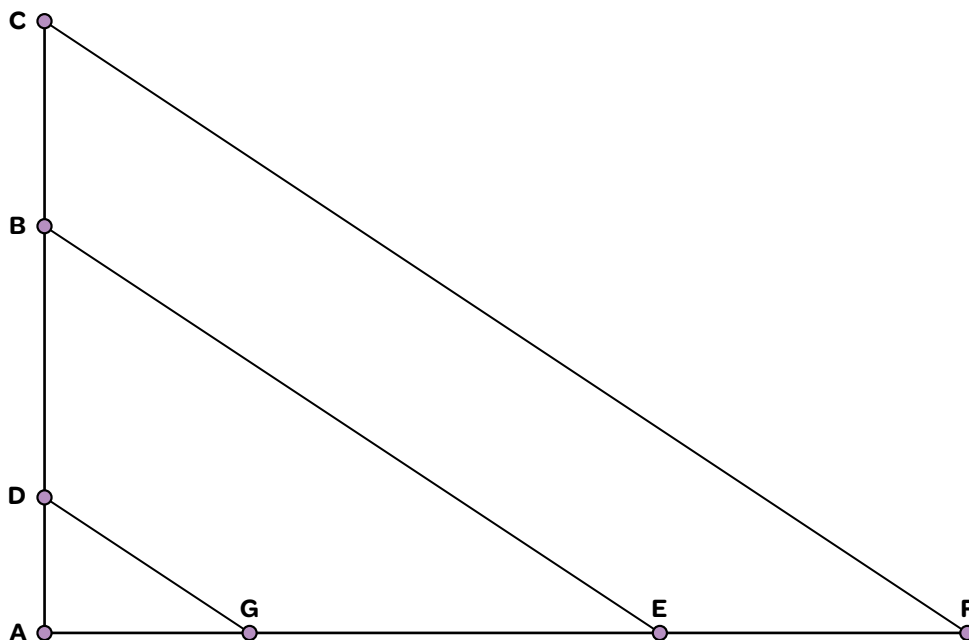
$$\frac{1}{200} = 0,005$$

Algunas preguntas que nos formulamos:

1. ¿Hay algún patrón en estas igualdades?
2. ¿Pasa lo mismo con otros números que no están en esta lista?
3. ¿Existe algún método que nos permita pasar de un lado de la desigualdad a la otra sin hacer la división? ¿Se les ocurre alguno? ¿Están seguros que funciona? ¿Por qué?
4. ¿Todas las fracciones son de esta forma? ¿Necesitamos más métodos para pasar de una escritura a la otra? ¿Por qué?

Investigación 2. Sobre relaciones de lados

Estos tres triángulos son ampliaciones o reducciones de otro triángulo:



Algunas preguntas que nos formulamos:

1. ¿Qué significa que un triángulo sea una ampliación o una reducción de otro?
2. ¿Qué relación hay entre las medidas de los lados de estos tres triángulos?
¿Cómo se pueden escribir estas relaciones?
3. ¿Con las medidas de qué lados podemos formar fracciones equivalentes?
¿Por qué? ¿A qué número decimal equivale esa fracción?
4. ¿Qué les parece que va a pasar con otros pares de triángulos (no necesariamente rectángulos) que uno sea una ampliación o reducción del otro?
¿Se sigue cumpliendo alguna relación entre las medidas de los lados para triángulos que no sean rectángulos?

¡Éxitos en esta misión!

Momento II. Elección de la misión

Den un momento a sus estudiantes para que elijan la investigación con la cual trabajarán y puedan registrar por qué lo hicieron.

Momento III. Trabajo en equipos

Den tiempo nuevamente para que puedan abordar la misión que eligieron. La idea es que en cada equipo puedan avanzar en descubrir patrones de la misión que hayan seleccionado. No se espera que todos los equipos logren métodos completos, pero sí que encuentren algunas regularidades.

Momento IV. Compartir con otro equipo

Se juntan dos equipos, uno que haya elegido trabajar con una misión y otro con la otra. De no quedar pareja la cantidad de integrantes, algunos equipos se pueden dividir en dos. Propongan a sus estudiantes que cada equipo le cuente al otro la misión y sus avances. Si lo creen conveniente pueden dar algo de tiempo para, entre todos, avanzar conjuntamente en alguna de las dos misiones.

Momento V. Puesta en común

Pregunten al grupo general: ¿Cómo comenzaron su investigación? ¿Cómo se dividieron la tarea? ¿Qué cosas descubrieron?

Propongan a los estudiantes que compartan sus avances para llegar a describir, en el primer caso, algún método que les permita pasar de fracción a número decimal y viceversa. Pueden intentar construir con ellos argumentos generales sobre por qué este método efectivamente permite hacerlo. Si lo creen conveniente, pueden indagar en relación con la última pregunta propuesta y qué patrones se pueden observar cuando trabajamos con números decimales periódicos.

En la segunda propuesta la idea es que puedan avanzar en lo que los estudiantes descubrieron y lleguen a la conclusión de que en un triángulo rectángulo, el cociente de un par de lados depende solamente de la medida de los ángulos no rectos (y en realidad es solo una medida, dado que al conocer uno de los ángulos, como la suma es de 90 grados, se conocen los dos). Este resultado se usará la semana próxima.

Si lo creen conveniente pueden debatir sobre semejanza en cualquier tipo de triángulos y registrar el teorema de Thales.

Para cerrar este momento, se puede indagar qué otras preguntas se les ocurre investigar sobre estas dos temáticas.

Momento VI. Actividad de metacognición

Dediquen 5 minutos al finalizar la clase o al finalizar una actividad para que los estudiantes piensen y registren ¿Qué aprendí hoy? ¿Cómo me doy cuenta que lo aprendí? ¿En qué otras ocasiones puedo usarlo? ¿Qué nuevas preguntas se me ocurren para investigar? Después, pueden invitar a aquellos alumnos que quisieran a compartir sus respuestas.

Una vez más, comenten a sus estudiantes que es importante ir tomando nota de las preguntas que deseen indagar ya que estos nuevos descubrimientos podrán presentarse como producto final de este proyecto.

Semana 5 /

¿Cuánto mide el radio de la Tierra?



SE ESPERA QUE LOS ESTUDIANTES:

- Utilicen la matemática para descubrir conocimiento de otras áreas.
- Vivencien cómo la matemática es de utilidad para hacer avances en otras áreas.
- Realicen un descubrimiento colectivo.

Actividad 6. ¿Cuánto mide el radio de la Tierra?

Esta actividad se desarrolla en un tiempo estimado de cuatro o cinco módulos de 40 minutos.

Momento I. Trabajo en equipos

Presenten a sus estudiantes las consignas de la actividad “Última misión”.

Última misión

Queridos matemáticos:



Gracias a su enorme compromiso con la comunidad hemos logrado grandes avances en cuanto a descubrimientos sobre números racionales y sobre semejanza de triángulos. Así, hemos podido insertarnos en el mundo de los investigadores.

Tal ha sido nuestro avance, que un grupo de científicos nos ha escrito para pedirnos colaboración ya que quieren medir el radio actual del planeta Tierra porque creen que éste podría haber variado.

¿Tienen alguna idea sobre cómo hacerlo?

Claramente no podemos salir del planeta Tierra y medirlo con una gran cinta métrica, así que apelamos a toda su creatividad para elaborar estrategias que nos permitan realizar esta medición, casi sin movernos de nuestros lugares. Eso sí, podremos contar con grupos de matemáticos como ustedes, en otras

S1

S2

S3

S4

S5

S6

comunidades, para trabajar de manera colaborativa.
¡Éxitos en esta última misión!

Momento II. Elaboración de estrategias

Propongan a sus estudiantes debatir en equipos con la idea de avanzar en la elaboración de estrategias que permitan abordar la pregunta planteada ¿Cómo medir el radio de la tierra? El objetivo es que puedan modelizar la situación y ver qué datos podrían obtener y qué herramientas matemáticas utilizar para así, con estos datos, obtener el radio pedido.

Pueden ofrecerles problemas previos para que ellos construyan estrategias parciales. Por ejemplo, una primera aproximación sería plantear, en términos de pregunta, cómo podríamos hacer para medir la altura de un edificio o un monumento alto e invitarlos a recordar la misión de la semana anterior que relaciona los lados de los triángulos semejantes. En este caso la idea es usar la sombra de una persona, de la que sí conocemos su medida, y comparar la sombra de la persona con la sombra del edificio para luego usar las relaciones entre los lados de triángulos semejantes. Será importante indagar sobre qué cuidados deberían tener para que efectivamente se puedan usar los criterios de semejanza de triángulos en este modelo creado. También se puede aprovechar este momento para profundizar en cuanto al uso de modelos y sus limitaciones y/o sobre los errores de medición y cómo estos podrían mejorarse (por ejemplo, midiendo diez veces el objeto y tomando el promedio de esas medidas).

De acuerdo con la cantidad de tiempo que quieran dedicarle a esta actividad —que podría ser también el producto final de este proyecto— pueden optar por hacer intervenciones, como las mencionadas anteriormente, para ir construyendo estrategias parciales que aborden el problema general o directamente proponer indagar estrategias por Internet para elaborar una concreta, contando con la colaboración de los estudiantes de otra escuela, como comentaremos más adelante.

Hay muchos sitios de Internet, videos en YouTube y bibliografía que dan cuenta de cómo hizo Eratóstenes para medir el radio de la tierra en el año 255 a. C., estrategia que sería factible para poder realizar con sus estudiantes.¹⁰

10. Se puede leer un instructivo confeccionado por el Departamento de Física de la Universidad de Buenos Aires que cuenta sobre este proyecto en <http://difusion.df.uba.ar/Erat/InstructivoEratostenes2012.pdf>

Momento III. Registro de la estrategia

De acuerdo con la decisión tomada en el momento anterior, el tiempo entre el anterior momento y este pueden ser de varias horas de clase. Lo importante es dar un momento de puesta en común para debatir sobre la estrategia general, diseñarla y registrarla para poder tener contacto con los estudiantes de otra escuela y obtener los datos que necesitan.

En este momento también pueden elegir, entre todos, una escuela que, de acuerdo con la ubicación, sea mejor para tomar las medidas o directamente pueden acordar ustedes previamente con otro profesor y reflexionar con los estudiantes por qué eligieron esta escuela y no otra.

También se podría elaborar un muro colaborativo y que cada escuela suba sus mediciones para que luego los estudiantes, de acuerdo a la ubicación que más les conviene para la situación a modelizar, elijan qué datos tomar.

Momento IV. Comunicación con otra escuela

Propongan a sus estudiantes elegir un modo de comunicación con sus pares en la escuela elegida —puede ser por mail, por carta, un video o directamente conectarse vía Skype (previamente acordado con el profesor de la otra escuela)—.

La idea es poder compartir un momento con los estudiantes de la otra escuela y que escriban o cuenten qué pensaron y por qué necesitan realizar un trabajo colaborativo con ellos.

Es conveniente tener tomados los datos de la propia escuela, previamente a establecer esta comunicación, así se acortan los tiempos.

Hacemos notar que para sacar el ángulo, dadas las medidas tomadas de los lados, se necesita sacar la tangente. Por eso es importante fortalecer la idea de que el ángulo solo depende de la relación biunívoca entre los lados en la propuesta 2 de la misión anterior. Pueden decir directamente que si la relación les dio ese número entonces el ángulo es tal y verificarlo en ese ejemplo o pueden, con GeoGebra,¹¹ indagar estas relaciones entre la relación entre los lados y el ángulo que forman. Inclusive se puede hacer un deslizador que dada la relación entre los lados dé el ángulo o viceversa, o pueden proponer indagar en Internet cómo sacar el ángulo dada esta relación. Esto dependerá del tiempo que quieran dedicar a esta instancia y de la prioridad que pretendan darle a cada contenido abordado.

11. Ver www.geogebra.com

De conectarse vía Skype, o con alguna otra aplicación en tiempo real —podría ser a través de WhatsApp u otro—, pueden realizar el análisis de los datos de forma colectiva online.

Momento V. Análisis de datos

Propongan a sus estudiantes poner todos los datos sobre la mesa y trabajar en equipos para poder hallar el radio de la tierra. Conviene hacer notar que para esto deberán recordar o introducir la fórmula correspondiente al perímetro de la circunferencia y recordar que el ángulo para un giro completo es de 360 grados. Estos datos pueden comentarlos ustedes mismos o invitar a que busquen la información que necesiten a través de Internet.

Momento VI. Puesta en común

Inviten a sus estudiantes a comentar cómo avanzaron en la resolución del problema una vez que tuvieron todos los datos para analizar. No es necesario que todos los equipos hayan llegado a la respuesta final para abordar esta puesta en común. Pueden ir compartiendo por equipos los resultados parciales a los que arribaron y si ningún equipo llegó al resultado, completar, entonces, entre todos este análisis.

También, es conveniente comentar un poco la historia de Eratóstenes y cómo hizo para realizar esta investigación con los limitados elementos con los que contaba en aquella época y rescatar que inclusive así pudo aproximar el radio de la tierra con un error pequeño.



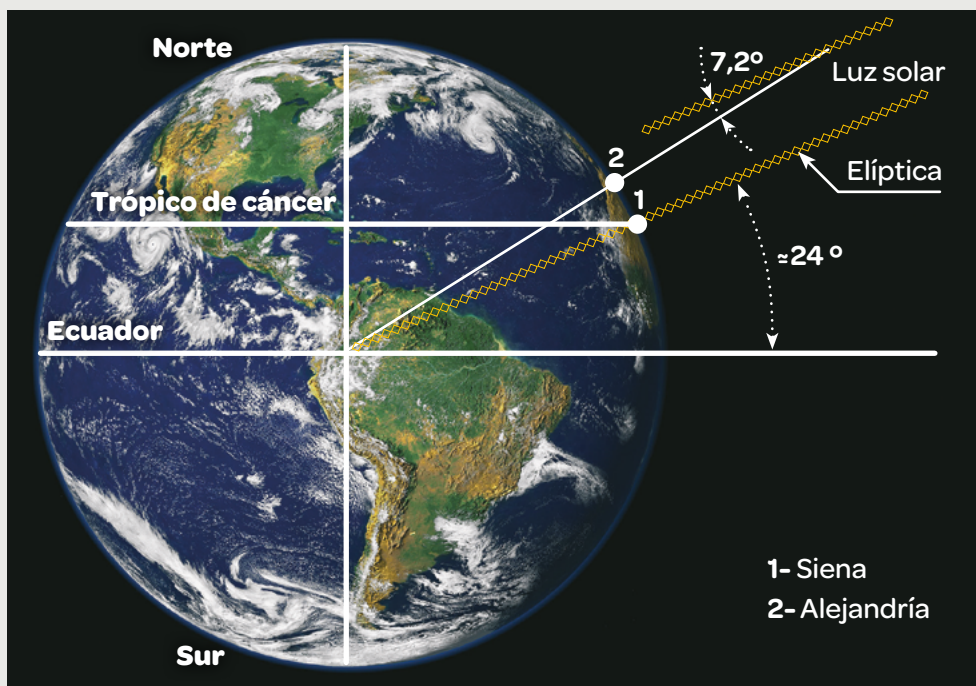
La historia de Eratóstenes¹²

El principal motivo de su celebridad es sin duda la determinación del tamaño de la Tierra. Para ello inventó y empleó un método trigonométrico, además de las nociones de latitud y longitud, al parecer ya introducidas por Dicearco, por lo que bien merece el título de padre de la geodesia.

Por referencias obtenidas de un papiro de su biblioteca, sabía que en Siena (hoy Asuán, Egipto) el día del solsticio de verano los objetos verticales no proyectaban sombra alguna y la luz alumbraba el fondo de los pozos; esto significaba que la ciudad estaba situada justamente sobre la línea del trópico de

12. Texto extraído de <https://es.wikipedia.org/wiki/Erat%C3%B3stenes>.

Cáncer, y su latitud era igual a la de la eclíptica que ya conocía. Eratóstenes, suponiendo que Siena y Alejandría tenían la misma longitud (realmente distan 3°) y que el Sol se encontraba tan alejado de la Tierra que sus rayos podían suponerse paralelos, midió la sombra en Alejandría el mismo día del solsticio de verano al mediodía, demostrando que el cenit de la ciudad distaba $\frac{1}{50}$ parte de la circunferencia, es decir, 7° 12' del de Alejandría. Según Cleomedes, Eratóstenes se sirvió del scaphium o gnomon (un protocuadrante solar) para el cálculo de dicha cantidad.



Posteriormente, tomó la distancia estimada por las caravanas que comerciaban entre ambas ciudades, aunque bien pudo obtener el dato en la propia Biblioteca de Alejandría, fijándola en 5000 estadios, de donde dedujo que la circunferencia de la Tierra era de 250.000 estadios, resultado que posteriormente elevó hasta 252.000 estadios, de modo que a cada grado correspondieran 700 estadios. También se afirma que Eratóstenes, para calcular la distancia entre las dos ciudades, se valió de un regimiento de soldados que diera pasos de tamaño uniforme y los contara.

Admitiendo que Eratóstenes usase el estadio ático-italiano de 184,8 m, que era el que solía utilizarse por los griegos de Alejandría en aquella época, el error cometido sería de 6192 kilómetros (un 15%). Sin embargo, hay quien defiende



ADAPTACIÓN SOBRE
IMAGEN DE LA NASA/NOAA/
USGS/RETO STOCKLI/ALAN
NELSON/FRITZ HASLER
[https://es.wikipedia.
org/wiki/Archivo:Earth-
BlueMarble-1997.jpg](https://es.wikipedia.org/wiki/Archivo:Earth-BlueMarble-1997.jpg)



que empleó el estadio egipcio (300 codos de 52,4 cm), en cuyo caso la circunferencia polar calculada hubiera sido de 39.614 km, frente a los 40.008 km considerados en la actualidad, es decir, un error de menos del 1%.

Ahora bien, es imposible que Eratóstenes diera con la medida exacta de la circunferencia de la Tierra debido a errores en los supuestos que calculó. Tuvo que haber tenido un margen de error considerable y por lo tanto no pudo haber usado el estadio egipcio:

1. Supuso que la Tierra es perfectamente esférica, lo que no es cierto. Un grado de latitud no representa exactamente la misma distancia en todas las latitudes, sino que varía ligeramente de 110,57 km en el Ecuador hasta 111,7 km en los Polos. Por eso no podemos suponer que 7° entre Alejandría y Siena representen la misma distancia que 7° en cualquier otro lugar a lo largo de todo el meridiano.
2. Supuso que Siena y Alejandría se encontraban situadas sobre un mismo meridiano, lo cual no es así, ya que hay una diferencia de 3 grados de longitud entre ambas ciudades.
3. La distancia real entre Alejandría y Siena (hoy Asuán) no es de 924 km (5000 estadios ático-italiano de 184,8 m por estadio), sino de 843 km (distancia aérea y entre los centros de las dos ciudades), lo que representa una diferencia de 81 km.
4. Realmente Siena no está ubicada exactamente sobre el paralelo del trópico de cáncer (los puntos donde los rayos del sol caen verticalmente a la tierra en el solsticio de verano). Actualmente se encuentra situada a 72 km (desde el centro de la ciudad). Pero debido a que las variaciones del eje de la Tierra fluctúan entre 22,1 y 24,5° en un período de 41000 años, hace 2000 años se encontraba a 41 km.
5. La medida de la sombra que se proyectó sobre la vara de Eratóstenes hace 2200 años debió ser de 7,5° o $\frac{1}{48}$ parte de una circunferencia y no 7,2° o $\frac{1}{50}$ parte. Puesto que en aquella época no existía el cálculo trigonométrico, para calcular el ángulo de la sombra, Eratóstenes pudo haberse valido de un compás, para medir directamente dicho ángulo, lo que no permite una medida tan precisa.

Si se rehace el cálculo de Eratóstenes con la distancia y medida angular exacta desde Alejandría hasta el lugar geográfico situado justo en la intersección del meridiano que pasa por Alejandría con el paralelo del trópico de cáncer, se obtiene un valor de 40.074 km para la circunferencia terrestre. Eso representa solamente 66 km o un 0,16 % de error de la circunferencia real de la Tierra medida por satélites avanzados, que es de 40.008 km, lo que demuestra la

validez de su razonamiento. Esta ligera diferencia se debe a que la distancia entre Alejandría y la línea del trópico de cáncer es $\frac{1}{46}$ parte de una circunferencia, pero la Tierra no es una esfera perfecta.

Posidonio rehízo el cálculo de Eratóstenes 150 años más tarde y obtuvo una circunferencia sensiblemente menor. Este valor fue adoptado por Ptolomeo y fue en el que probablemente se basó Cristóbal Colón para justificar la viabilidad del viaje a las Indias por occidente. Con las mediciones de Eratóstenes, el viaje no se habría llegado a realizar, al menos en aquella época y con aquellos medios, aceptando solo las certezas científicas. Los doctores consultados en Salamanca, a petición real, se basaron en ellos para determinar que el objetivo principal —llegar a China y Japón— era imposible dada la distancia. Finalmente, la empresa fue aprobada por la reina por las ventajas estratégicas y comerciales que preveía el proyecto y sobre objetivos secundarios, como la condición de Colón de obtener prebendas y porcentajes sobre las tierras que descubriera en camino.

El trabajo de Eratóstenes es considerado por algunos el primer intento científico en medir las dimensiones de nuestro planeta, ya que se hicieron otros cálculos y se perfeccionaron siglos después por estudiosos tales como el califa Al-Mamun y Jean François Fernel.



Momento VII. Actividad de metacognición

Den a sus estudiantes 5 minutos al finalizar cada clase o esta actividad para que puedan pensar algunas de las preguntas ¿Qué aprendí hoy? ¿Cómo lo aprendí? ¿Para qué me ha servido? ¿En qué otras ocasiones puedo usarlo? o ¿Qué aprendí del trabajo previo con mis compañeros? ¿Qué me llamó la atención del trabajo con los estudiantes de la otra escuela?, y registrar en sus cuadernos lo que aprendieron.

Si lo creen conveniente, pueden invitar a sus alumnos a contar qué aprendieron y e ir registrando esto en un afiche o en el flyer del proyecto para cada actividad o realizar esta actividad con la rutina “tarjeta de salida”.

Semana 6 /

¿Cómo hacer nuestros propios descubrimientos?



SE ESPERA QUE LOS ESTUDIANTES:

- Trabajen colaborativamente.
- Argumenten sus afirmaciones.
- Reflexionen sobre su proceso de aprendizaje.

Actividad 7. ¡A hacer nuestros propios descubrimientos!

Esta actividad dependerá de lo que hayan resuelto en la semana previa. Quizás todos realicen como producto final la investigación sobre el radio de la tierra o cada equipo elija investigar su propia pregunta —podría elegirse alguna de las propuestas en la Actividad 0—.

Independientemente de la elección anterior, es importante que todos puedan comunicar sus descubrimientos en alguno de los formatos propuestos o en otro que los estudiantes elijan.

Momento 1. Elegir una pregunta para investigar

Propongan a sus estudiantes explorar en equipos las preguntas que fueron volcando en las “Anotaciones del matemático”, eligiendo una para indagar durante esta semana. No es necesario que lleguen a resultados acabados pero sí es importante que elijan una pregunta en la que puedan realizar, como estudiantes de tercer año, avances parciales.

Si en algunos de los equipos no logran elegir una pregunta pueden proponerles algunas de las investigaciones que se presentaron en la Actividad 0:

1. Fracciones en el medio
2. La “magia” de la fracción $\frac{1}{7}$
3. Errores correctos
4. Algoritmos para sumar

Momento II. Investigación en equipos

Den tiempo a sus estudiantes para que puedan investigar la pregunta que eligieron. En el caso que tuvieran alguna pregunta para indagar de las semanas previas, sería conveniente ir alentándolos a que avancen en sus investigaciones.

Momento III. Comunicación de resultados

Una parte importante del quehacer matemático es comunicar los resultados obtenidos, incluso si estos son parciales.

Para esta investigación pueden elegir en qué formato presentarlos. Algunas opciones posibles son:

- Texto escrito
- Presentación oral
- Video
- Póster

Dediquen un tiempo en las clases para realizar estas presentaciones. Pueden invitar a estudiantes de otros cursos o a las familias a participar de este “congreso matemático”.

Momento IV. Autoevaluación en equipo

Cada grupo de estudiantes hará una autoevaluación de su producto final utilizando la rúbrica que se comparte posteriormente.

En este momento, debatirán en el interior del equipo para sintetizar en qué etapa de cada ítem de la rúbrica se encuentran. También, como parte de la autoevaluación, deberán pensar qué recomendaciones se darían para avanzar en los puntos que consideren que tienen más débiles, siempre de acuerdo con la rúbrica.

Momento V. Intercambio con el docente

El docente se reunirá con cada grupo para conocer la autoevaluación de cada uno en relación con la confección del producto final. En un primer momento, escuchará a los estudiantes. En esta instancia, es recomendable que el docente tenga sus propias anotaciones en referencia con la rúbrica, así como también sugerencias para avanzar en el recorrido, para poder repreguntar, principalmente en los casos donde las evaluaciones no coincidan.

La idea es dialogar y llegar a una evaluación consensuada entre estudiantes y docente, a la vez que se establecen estrategias futuras para profundizar el aprendizaje.

Recordamos que es recomendable compartir la rúbrica para la evaluación del producto final al comienzo del proyecto para que los estudiantes puedan conocer previamente cómo serán evaluados y, a la vez, que les sirva para armar y revisar sus propios trabajos antes de ser entregados.

Momento VI. Rutina de pensamiento de cierre

Propongan a sus estudiantes realizar la Rutina de Pensamiento “Puente 3-2-1” en relación al tópico de este proyecto, es decir “¿Cómo hacer nuestros propios descubrimientos?”.

En este momento completarán la parte “después del puente” respondiendo las mismas preguntas y registrándolas nuevamente en la misma hoja. Luego intentarán encontrar construir el puente.

[Actividad]

Será necesario recordar las preguntas disparadoras:

1. Escribí tres palabras que vengan a tu mente sobre ¿Cómo hacer nuestros propios descubrimientos en matemática?
2. Ahora, escribí dos preguntas que se te ocurran con relación a ¿Cómo hacer nuestros propios descubrimientos en matemática?
3. Finalmente, escribí algo que te parezca que tengamos que aprender relacionado con ¿Cómo hacer nuestros propios descubrimientos en matemática?

Construyendo el Puente en parejas

Compartan sus respuestas del inicio y del final. Discutan sobre cómo su pensamiento cambió en relación con la experiencia en este proyecto. Intenten identificar cuáles fueron los nuevos pensamientos o los cambios que se dieron.

Recuerden que los pensamientos iniciales no son ni buenos ni malos, sino puntos de partida.

Construyendo un Puente entre todos

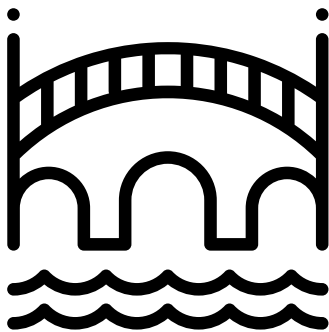
Compartan sus puentes con el resto de sus compañeros. ¿Cómo sería un puente que los represente a todos?

Respuestas

3 ideas

2 preguntas

1 descubrimiento



Respuestas

3 ideas

2 preguntas

1 descubrimiento

S1

S2

S3

S4

S5

S6

Rúbrica final

En esta oportunidad la valoración será con una escala de cuatro rangos: en camino, logrado, avanzado y experto.

	EXPERTO	AVANZADO	LOGRADO	EN CAMINO
Uso del tiempo	Utilizamos el tiempo en clase para avanzar en la investigación y la terminamos para la fecha acordada.	Utilizamos el tiempo en clase para avanzar en la investigación. La terminamos después de la fecha acordada.	Utilizamos, con la ayuda del docente, el tiempo en clase para avanzar en la investigación.	Tuvimos dificultades para avanzar con la investigación en el tiempo de la clase.
Trabajo en equipo	Escuchamos las ideas de los demás y colaboramos para que todos lo hagan. Compartimos nuestras ideas con el grupo. Participamos activa y colaborativamente en el trabajo propuesto y ayudamos para que todos los integrantes del equipo puedan hacer sus aportes.	Escuchamos las ideas de los demás y colaboramos para que todos lo hagan. Compartimos nuestras ideas con el grupo. Participamos activa y colaborativamente en el trabajo propuesto.	Escuchamos las ideas de los demás. Compartimos nuestras ideas con el grupo.	Tuvimos dificultades para escuchar las ideas de los demás e interferimos en que otros las escuchen.

	EXPERTO	AVANZADO	LOGRADO	EN CAMINO
Razonamiento y argumentación	Analizamos y evaluamos con argumentos deduciendo conclusiones.	Analizamos y evaluamos con argumentos. No llegamos a conclusiones generales.	Analizamos y evaluamos sin suficientes argumentos. Por ejemplo, solo estudiando un caso particular.	Tenemos dificultades para analizar.
Comunicación de la investigación	Nos expresamos de forma ordenada y clara utilizando un vocabulario disciplinar y variado.	Nos expresamos de forma ordenada y clara.	Nos expresamos de forma clara y ordenada con la ayuda del docente.	Nos expresamos de forma desordenada y fragmentada.

Bibliografía

- Bischoff, M. (2019). Descubierta una nueva propiedad de los números primos gracias a *The Bing Bang Theory*. *Investigación y ciencia*. Recuperado de <https://www.investigacionyciencia.es/noticias/descubierta-una-nueva-propiedad-de-los-nmeros-primos-gracias-a-em-the-big-bang-theory-em-17522>
- Coll, P., Chorny, F. y Pezzatti, L. (2012). *Taller de Resolución de Problemas*. Moreno: COPRUN – UNM Editora.
- Desmos. Disponible en <http://www.desmos.com>
- Ministerio de Educación de la Provincia de Tucumán (2015). *Diseño Curricular para la Educación Secundaria*. Tucumán.
- Ritchart, R. et al. (2014). *Hacer visible el pensamiento*. Buenos Aires: Paidós.
- Visible Thinking. Disponible en <http://www.visiblethinkingpz.org/>

TERCER AÑO
MATEMÁTICA / PROYECTO 01

¿Cómo hacer nuestros propios descubrimientos?

PLaNEA
NUEVA ESCUELA
PARA ADOLESCENTES