

¿Cómo hacer nuestros propios descubrimientos?

CRÉDITOS EDITORIALES

Dirección Editorial:

Cora Steinberg, Especialista en Educación de UNICEF Argentina

Coordinación General:

Cecilia Litichever, Oficial de Educación de UNICEF Argentina

Coordinación de la serie Proyectos:

Melina Furman, Consultora de Educación de UNICEF Argentina

Autores: Laura Pezzatti

Profesoras colaboradoras: Fabiana Jerez, Ariel Mayorga, Horacio Santiago Pino, Lucía González, Luis Gramajo.

Asesoría Técnica: Rebeca Anijovich

EDICIÓN Y CORRECCIÓN

Edición: Laura Efrón y Sol Peralta

Diseño y diagramación: Gomo | Leonardo García y Fernanda Rodríguez

Fotografía: Unicef | Ató Aracama.

Las imágenes de tapa e interiores corresponden a adolescentes de escuelas públicas de la provincia de Tucumán. Segunda Edición. Actualizada a partir de los aportes de docentes y autoridades de las escuelas PLANEA 2018.

ISBN 978-92-806-5104-1

Para citar este documento:

UNICEF, PLANEA: Proyecto 1, 3er año – Primer ciclo nivel secundario, Buenos Aires, julio 2020.

El uso de un lenguaje no sexista ni discriminatorio es una de las preocupaciones de quienes concibieron este material. Sin embargo, y con el fin de evitar la sobrecarga gráfica que supondría utilizar en castellano o/a para marcar la existencia de ambos sexos, hemos optado por usar el masculino genérico clásico, en el entendido de que todas las menciones en tal género representan siempre a varones y mujeres. Se autoriza la reproducción total o parcial de los textos aquí publicados, siempre y cuando no sean alterados, se asignen los créditos correspondientes y no sean utilizados con fines comerciales.

© Fondo de las Naciones Unidas para la Infancia (UNICEF)

www.unicef.org.ar

Semana 1 /

¿Cuál es más grande?

Desafío inicial



Su misión, luego de resolver los problemas semanales que nos enviarán, será la de formularse nuevas preguntas o elegir algunos de estos desafíos que les permitan explorar e indagar sobre alguna temática y descubrir algo nuevo.

Desafíos propuestos

1. Fracciones en el medio

Si nos dan dos fracciones, por ejemplo $\frac{2}{17}$ y $\frac{7}{17}$ podemos decir fácilmente que $\frac{3}{17}$, $\frac{4}{17}$, $\frac{5}{17}$ y $\frac{6}{17}$ son fracciones que están entre ambas, es decir que son mayores que $\frac{2}{17}$ y menores que $\frac{7}{17}$. Qué pasa si nos piden cinco fracciones entre ambas, ¿hay? ¿Cómo las buscamos?

La idea de esta investigación es que puedan crear métodos que nos permitan encontrar diversas cantidades de fracciones entre dos dadas.

2. La “magia” de la fracción $\frac{1}{7}$

Cuando uno hace la cuenta $\frac{1}{7}$ obtiene como resultado 0,142857143857... que tiene la siguiente particularidad:

- $142857 \times 1 = 142857$
- $142857 \times 2 = 285714$
- $142857 \times 3 = 428571$
- $142857 \times 4 = 571428$
- $142857 \times 5 = 714285$
- $142857 \times 6 = 857142$

¿Qué patrón observas?

La idea de esta investigación es que puedan descubrir qué otras fracciones tienen la misma “magia” que $\frac{1}{7}$ o usar esta magia de inspiración para descubrir otros patrones presentes en algunas fracciones.

3. Errores correctos

Como sabemos, realizar esta cancelación es incorrecta:

$$\frac{\cancel{16}}{\cancel{64}} = \frac{1}{4}$$

ii resultado correcto !!

Sin embargo, en este caso particular, el resultado que obtenemos es correcto. La idea de esta investigación es encontrar fracciones donde realizar la cancelación incorrectamente, nos permita llegar igual a resultados correctos, ¿se animan a encontrar todas en las que numerador y denominador tengan dos cifras? ¿Cómo están seguros que son todas?

4. Algoritmos para sumar¹

Se han propuesto los siguientes métodos para sumar dos fracciones

$$a) \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$$

$$g) \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a}{b+d}$$

$$b) \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{2(a+c)}{b+d}$$

$$h) \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + c \cdot b}{b \cdot d}$$

$$c) \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{2(a \cdot d + c \cdot b)}{b+d}$$

$$i) \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = a + 2b + 2d + c$$

$$d) \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{17a + 31c}{b+d}$$

$$j) \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

$$e) \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d} + \frac{\frac{a}{b}}{1+\frac{b}{d}} + \frac{\frac{c}{d}}{1+\frac{d}{b}}$$

$$k) \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b \cdot d}$$

$$f) \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{a+b+c+d}$$

$$l) \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{d}\right) \frac{(a \cdot d + c \cdot b)}{b+d}$$

La idea de esta investigación es analizar cuáles sirven y cuáles no sirven como algoritmos para sumar fracciones, exhibiendo un contraejemplo² en los casos que no sirva y dando alguna argumentación en el caso de que sí sirva.

1. Actividad extraída de Coll, Chorny y Pezzatti (2012).

2. Un *contraejemplo* es una excepción a una regla general propuesta, es decir, un caso específico de la falsedad de una cuantificación universal (un "para todo") (https://es.wikipedia.org/wiki/Cuantificador_universal).

5. Medir el radio de la Tierra

Como vimos en un proyecto anterior, podemos usar la regla u otros elementos para medir algunos objetos y distancias. Sin embargo, si queremos medir la distancia entre dos planetas o el radio de la Tierra, se nos presenta una dificultad: no podemos ir y medir usando la regla. ¿Se te ocurre cómo podemos usar la matemática para medir el radio de la Tierra?

Rutina de Pensamiento "Puente 3-2-1"

1. Escribe tres palabras que vengan a tu mente sobre ¿Cómo hacer nuestros propios descubrimientos en matemática?
2. Ahora, escribe dos preguntas que se te ocurran con relación a ¿Cómo hacer nuestros propios descubrimientos en matemática?
3. Finalmente, escribe algo que te parezca que tengamos que aprender relacionado con ¿Cómo hacer nuestros propios descubrimientos en matemática?

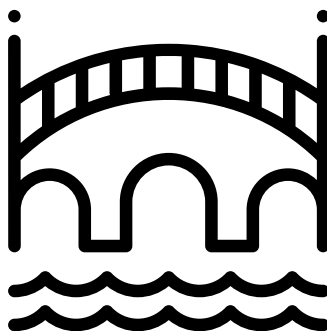
Una vez que termines, guardá la hoja para más tarde

Respuestas

3 ideas

2 preguntas

1 descubrimiento



Respuestas

3 ideas

2 preguntas

1 descubrimiento

Primera misión. ¿Cuál es más grande?



Queridos matemáticos:

Como saben, una de las cosas que nos interesa a los matemáticos es poder comparar. En este caso queremos comparar dos fracciones y decidir cuál de las dos es mayor.

Para explorar el tema y plantear diferentes algoritmos pueden jugar al juego que aquí les proponemos: “guerra de fracciones”. Después de unas partidas seguramente estarán más preparados para proponer ese método rápido e infalible que necesitamos y explicar por qué es el mejor.
¡Éxitos en esta primera misión!

Semana 2 /

¿Qué resultados obtengo?

Segunda misión. ¿Qué tan grande puede ser esta suma?



Queridos matemáticos:

Hemos recibido con gran entusiasmo los métodos que han creado para poder comparar fracciones y esto les será de utilidad para esta nueva misión que acá les proponemos.

Como saben, otra de las grandes tareas de los matemáticos es optimizar, es decir, hallar “lo mejor” dadas ciertas restricciones. En este caso queremos optimizar el valor de esta suma, es decir, que sea lo más grande posible.

$$\begin{array}{r}
 \square \\
 \hline
 \square
 \end{array}
 +
 \begin{array}{r}
 \square \\
 \hline
 \square
 \end{array}
 =$$

Las restricciones en este caso son:

- En cada cuadrado solo puede ir un dígito del 1 al 9.
- No se pueden repetir los dígitos.

¿Cuál es el resultado más grande que podemos obtener? ¿Por qué están seguros que es el mayor?

¡Éxitos en esta segunda misión!

Tercera misión. ¿Cuáles son todos los posibles resultados?³



Queridos matemáticos:

Muchas gracias por el gran trabajo de investigación que han realizado en la misión anterior.

Como saben, otra de las tareas que tenemos los matemáticos es la de enumerar todas las posibilidades de algún suceso.

En este caso, se nos ocurrió indagar sobre cuáles son todos los posibles resultados de esta cuenta utilizando los dígitos del 1 al 9 sin repetir, colocando uno en cada cuadrado.

3. Actividad adaptada de www.desmos.com.

$$\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} =$$

$$\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array}$$

¿Están seguros que son todos? ¿Alguno de esos resultados es un número entero? ¿Cómo lo pensaron?
¡Éxitos en esta tercera misión!

Como siempre, es recomendable realizar previamente la actividad para poder visualizar los diferentes recorridos que puedan hacer nuestros estudiantes y, a la vez, tomar contacto con el nivel de dificultad de cada descubrimiento.

Cuarta misión. Elige tu propia investigación



Queridos matemáticos:

Desde la Agencia Internacional de Matemáticos estamos muy contentos con los avances que se están logrando en su comunidad local, razón por la cual les proponemos colaborar en una nueva investigación.

Como saben, una tarea importante de los matemáticos es elegir una buena pregunta para investigar y poder entonces hacer descubrimientos. Así que en esta oportunidad les ofrecemos tres preguntas que nos interesa explorar y ustedes elegirán una y avanzarán con su equipo en la investigación elegida.

La idea, como en la misión anterior, es indagar sobre los posibles resultados de colocar en esta resta cuatro dígitos del 1 al 9 sin repetir, colocando uno en cada cuadrado:

$$\begin{array}{r} \square \\ \hline \square \end{array} - \begin{array}{r} \square \\ \hline \square \end{array} =$$

Acá les dejamos las tres opciones que tenemos:

- Opción 1. Colocar cuatro de los dígitos del 1 al 9, uno en cada cuadrado, para obtener el menor valor positivo posible. ¿Cuál es este valor? ¿Cómo están seguros que es el menor?
- Opción 2. Colocar cuatro de los dígitos del 1 al 9, uno en cada cuadrado, para obtener el valor más cercano a 1. ¿Cuál es este valor? ¿Cuál es esa diferencia? ¿Cómo están seguros de que es el que más se acerca?
- Opción 3. Colocar cuatro de los dígitos del 1 al 9, uno en cada cuadrado, para obtener el valor más cercano a $\frac{1}{2}$. ¿Cuál es este valor? ¿Cuál es esa diferencia? ¿Cómo están seguros de que es el que más se acerca?

¡Éxitos en esta cuarta misión!

Anotaciones del matemático



Como ya aprendieron, lo primero que tenemos que hacer cuando queremos descubrir cosas nuevas es indagar sobre el estado del arte, es decir, sobre los resultados que ya conocemos al respecto, pero para poder hacer eso primero necesitamos saber qué preguntas queremos investigar.

En este sentido, cada vez que estamos leyendo algo o realizando alguna investigación y se nos ocurren nuevas preguntas, es importante tener un cuaderno cerca, o al menos un par de hojas, donde anotarlas. Esto nos ayudará a comenzar nuevas investigaciones.

Los invitamos a hacer un lugar en sus carpetas destinado a estas “anotaciones matemáticas” donde podrán registrar todas esas preguntas que les surgen.

Para esto, revisen las actividades previas y dejen registro de aquellas nuevas preguntas que podría interesarles explorar.

Por ejemplo, en la primera misión teníamos que elaborar métodos para comparar dos fracciones, ¿habrá algún otro método que no hayamos descubierto? Otra pregunta que se nos ocurre en relación con la misión de la suma de fracciones es ¿qué pasa si en vez de sumar tres fracciones sumo cuatro? ¿me sirve la estrategia para hallar el mayor resultado? ¿Qué otras se les ocurren?

Como dijo Albert Einstein, “lo importante es no dejar de hacerse preguntas”. ¡A formularnos preguntas!

Semana 3 /

¿Qué representan?

Quinta misión. ¿Cuántos sabores hay?⁴



Queridos matemáticos:

Gracias a su compromiso y esfuerzo en las investigaciones anteriores hemos logrado hacer una publicación en una revista especializada en Números Racionales.

Como saben, no siempre las investigaciones matemáticas se centran en hacer descubrimientos propios de la matemática: muchas veces nuestras investigaciones se ocupan de usar la matemática para descubrir cuestiones cotidianas o de otras áreas del saber.

En esta oportunidad nos ocupa el tema de los jugos nutritivos. En el mercado hay dos marcas: Ceppin y Baggin. Ceppin tiene $\frac{2}{5}$ de naranja, $\frac{1}{2}$ de manzana y el resto de frutilla. Baggin tiene $\frac{1}{3}$ de manzana, $\frac{1}{4}$ de frutilla y el resto de naranja. Ambos vienen en botellas del mismo tamaño.

4. Actividad adaptada de Coll, Chorny y Pezzatti (2012).

A uno de nuestros matemáticos le gusta probar sabores diferentes y mezcló en una jarra 2 botellas de Ceppin y 3 botellas de Baggin, ¿qué proporción de frutilla hay en la jarra?

Otro de nuestros matemáticos es fanático de la manzana y quiere indagar cuántas intensidades podrá probar con los jugos que hay en el mercado. Su jarra tiene una capacidad de 6 botellas de jugo, ¿cuántas intensidades distintas podrá probar? ¿Cómo lo pensaste?

Después de probar tantas intensidades diferentes del sabor a manzana, nuestro matemático fue por más y se compró una jarra de tamaño igual a 12 botellas de jugo. ¿Le alcanzará para hacer mezclas que tengan la misma proporción de naranja que de frutilla? ¿Y de frutilla que de manzana? ¿Y si se comprara una jarra infinita?

¡Éxitos en esta quinta misión!

Semana 4 /

¿Qué patrones se esconden?

Sexta misión. ¿Qué patrones pueden descubrir?



Queridos matemáticos:

Estamos haciendo un gran trabajo juntos y es por eso que les volvemos a escribir con nuevas preguntas que surgen en la Agencia Internacional de Matemáticos.

Como saben, pues han trabajado mucho en el proyecto de magia hace dos años, la matemática es la ciencia de los patrones. Así que en esta oportunidad les mostramos dos investigaciones que estamos realizando para que nos ayuden a encontrar esos patrones ocultos en los objetos matemáticos que nos permitirán hacer nuevos descubrimientos sobre propiedades matemáticas.

Investigación 1. Sobre números racionales

$$\frac{1}{10} = 0,1$$

$$\frac{2}{10} = 0,2$$

$$\frac{13}{10} = 1,3$$

$$\frac{25}{10} = 2,5$$

$$\frac{101}{10} = 10,1$$

$$\frac{2}{100} = 0,02$$

$$\frac{18}{100} = 0,18$$

$$\frac{181}{100} = 1,81$$

$$\frac{4}{1000} = 0,004$$

$$\frac{256}{1000} = 0,256$$

$$\frac{1}{5} = 0,2$$

$$\frac{1}{25} = 0,04$$

$$\frac{1}{20} = 0,05$$

$$\frac{1}{8} = 0,125$$

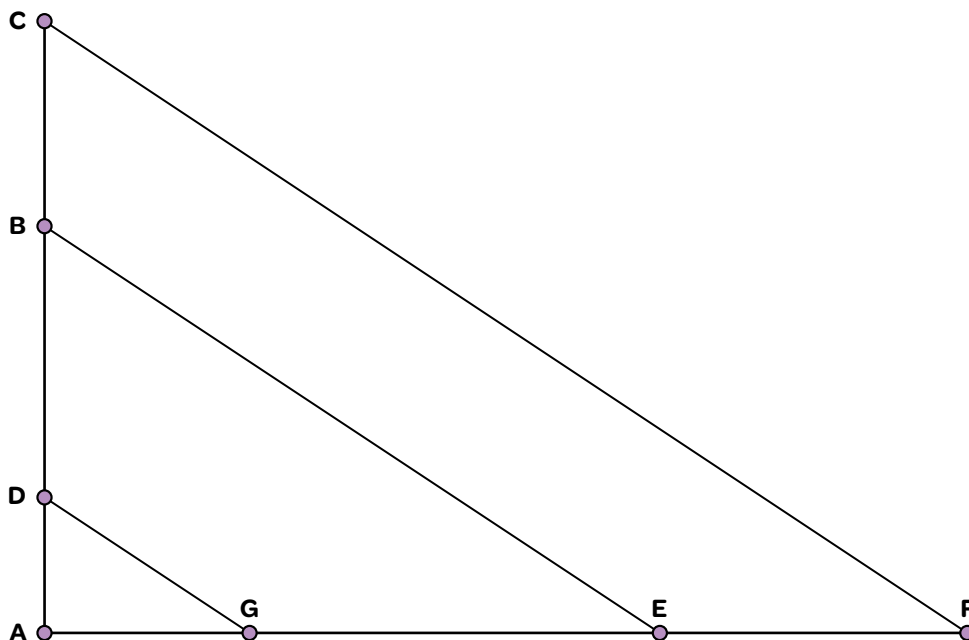
$$\frac{1}{200} = 0,005$$

Algunas preguntas que nos formulamos:

1. ¿Hay algún patrón en estas igualdades?
2. ¿Pasa lo mismo con otros números que no están en esta lista?
3. ¿Existe algún método que nos permita pasar de un lado de la desigualdad a la otra sin hacer la división? ¿Se les ocurre alguno? ¿Están seguros que funciona? ¿Por qué?
4. ¿Todas las fracciones son de esta forma? ¿Necesitamos más métodos para pasar de una escritura a la otra? ¿Por qué?

Investigación 2. Sobre relaciones de lados

Estos tres triángulos son ampliaciones o reducciones de otro triángulo:



Algunas preguntas que nos formulamos:

1. ¿Qué significa que un triángulo sea una ampliación o una reducción de otro?
2. ¿Qué relación hay entre las medidas de los lados de estos tres triángulos?
¿Cómo se pueden escribir estas relaciones?
3. ¿Con las medidas de qué lados podemos formar fracciones equivalentes?
¿Por qué? ¿A qué número decimal equivale esa fracción?
4. ¿Qué les parece que va a pasar con otros pares de triángulos (no necesariamente rectángulos) que uno sea una ampliación o reducción del otro?
¿Se sigue cumpliendo alguna relación entre las medidas de los lados para triángulos que no sean rectángulos?

¡Éxitos en esta misión!

Semana 5 /

¿Cuánto mide el radio de la Tierra?

Última misión

Queridos matemáticos:



Gracias a su enorme compromiso con la comunidad hemos logrado grandes avances en cuanto a descubrimientos sobre números racionales y sobre semejanza de triángulos. Así, hemos podido insertarnos en el mundo de los investigadores.

Tal ha sido nuestro avance, que un grupo de científicos nos ha escrito para pedirnos colaboración ya que quieren medir el radio actual del planeta Tierra porque creen que éste podría haber variado.

¿Tienen alguna idea sobre cómo hacerlo?

Claramente no podemos salir del planeta Tierra y medirlo con una gran cinta métrica, así que apelamos a toda su creatividad para elaborar estrategias que nos permitan realizar esta medición, casi sin movernos de nuestros lugares. Eso sí, podremos contar con grupos de matemáticos como ustedes, en otras

comunidades, para trabajar de manera colaborativa.
¡Éxitos en esta última misión!

Semana 6 /

¿Cómo hacer nuestros propios descubrimientos?

[Actividad]

Construyendo el Puente en parejas

Compartan sus respuestas del inicio y del final. Discutan sobre cómo su pensamiento cambió en relación con la experiencia en este proyecto. Intenten identificar cuáles fueron los nuevos pensamientos o los cambios que se dieron.

Recuerden que los pensamientos iniciales no son ni buenos ni malos, sino puntos de partida.

Construyendo un Puente entre todos

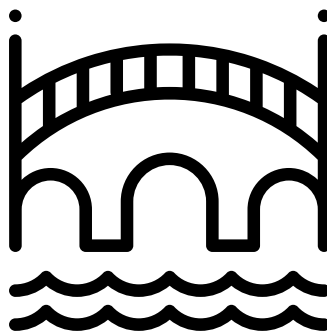
Compartan sus puentes con el resto de sus compañeros. ¿Cómo sería un puente que los represente a todos?

Respuestas

3 ideas

2 preguntas

1 descubrimiento



Respuestas

3 ideas

2 preguntas

1 descubrimiento