

SEXTO AÑO

MATEMÁTICA

PROYECTO 01

¿Qué onda?

unicef 

CRÉDITOS EDITORIALES

Dirección Editorial:

Cora Steinberg, Especialista en Educación de UNICEF Argentina

Coordinación General:

Ornella Lotito, Oficial de Educación, UNICEF Argentina

Yanina Paparella, Oficial de Educación, UNICEF Argentina

Aldana Morrone, Coordinadora Planea, UNICEF Argentina

Asesoría técnica:

María Florencia Buide, Consultora UNICEF Argentina

Coordinación de la serie Proyectos. FLACSO Argentina

Coordinación General:

Sandra Ziegler, Investigadora FLACSO Argentina

Coordinación técnica:

Graciela López López, Consultora FLACSO Argentina

Autora:

Laura Pezzatti

Un agradecimiento muy especial a Martín Tornay y Rodrigo Valla por el valioso intercambio de ideas para la elaboración de este proyecto.

EDICIÓN Y CORRECCIÓN

Edición: Javier Francisco Luna

Diseño y diagramación: Nadia Cassullo

Fotografía: UNICEF Argentina/ José Brasesco

ISBN: 978-92-806-5515-5

Para citar este documento:

UNICEF, PLaNEA: ¿Qué onda? Proyecto 1, 6to año – Segundo ciclo nivel secundario, Buenos Aires, agosto 2023.

El uso de un lenguaje que no discrimine, que no reproduzca estereotipos sexistas y que permita visibilizar todos los géneros es una preocupación de quienes trabajaron en esta publicación. Dado que no hay acuerdo sobre la manera de hacerlo en castellano, se consideraron dos criterios a fines de hacer un uso más justo y preciso del lenguaje: 1) evitar expresiones discriminatorias y 2) visibilizar el género cuando la situación comunicativa y el mensaje lo requieren para una comprensión correcta.

© Fondo de las Naciones Unidas para la Infancia (UNICEF)

www.unicef.org.ar

¿Qué onda?



Índice

Presentación.....	6
Introducción al proyecto.....	8
Secuencia semanal de trabajo.....	13
• Semana 1. ¿Alcanza con lo que sabemos?.....	14
• Semana 2. ¿Cómo cambia la onda?.....	22
• Semana 3. ¿Qué onda el clima?.....	39
• Semana 4. Integración y repaso. ¿Cómo generar onda?.....	51
• Rúbrica final.....	58
Bibliografía.....	60

Presentación

Este cuadernillo forma parte de una serie de materiales pedagógicos que acompañan el Programa PLANEA Nueva Escuela para Adolescentes, desarrollado por UNICEF Argentina.

PLANEA tiene como objetivo continuar fortaleciendo la escuela secundaria, promoviendo mejores condiciones para enseñar, aprender y estar en la escuela con el fin de generar más y mejores oportunidades de aprendizaje para todos los chicos y chicas.

En este cuadernillo encontrarán un proyecto para la enseñanza destinado a los profesores y estudiantes del nivel secundario. Se trata de un proyecto que propone abordar contenidos centrales de las distintas áreas del currículo a partir de la resolución de un “desafío central” que se va desarrollando a lo largo de las cuatro semanas de trabajo, a través de una serie de actividades que buscan vincular el conocimiento y los procesos de aprendizaje con el mundo real.

En cada semana se plantea una pregunta guía, anclada en las grandes ideas y modos de conocer de cada campo del conocimiento, que se aborda a través del trabajo con textos, problemas, casos, debates y otras estrategias didácticas activas que posicionan a los adolescentes en un rol protagónico y promueven el desarrollo de capacidades de planificación, resolución de problemas, colaboración y comunicación.

Los materiales ofrecen también diversas oportunidades para la evaluación formativa, de modo de acompañar a los alumnos en sus aprendizajes, y se proponen estrategias de enseñanza que consideran la diversidad inherente a cualquier grupo de estudiantes de modo de garantizar que todos y todas puedan aprender.

El proyecto culmina en una producción final en la que los alumnos dan cuenta de los aprendizajes logrados en su recorrido.

Esperamos que los profesores encuentren en este material un recurso valioso para enriquecer su práctica docente. Y deseamos, también, que puedan hacerlo propio, sumándole ideas, recursos y nuevas estrategias y adaptándolo para sus distintos grupos de alumnos, con el propósito de garantizar que los adolescentes de la provincia puedan desarrollar habilidades y saberes fundamentales para el tiempo presente y su futuro en el siglo XXI.



Introducción al proyecto

02





EN CADA PÁGINA
USEN ESTA COLUMNA
LIBRE PARA HACER
ANOTACIONES

Imaginá que estás en una sala de cine, emocionado por ver una película de acción llena de explosiones, persecuciones y momentos de suspenso. ¿Te has preguntado cómo se crean esos efectos de sonido? ¿Alguna vez te preguntaste cómo se crean las notas musicales en un instrumento?

Las funciones trigonométricas están detrás de la generación de sonidos. Resulta que estas nos permiten modelar y entender las ondas sonoras. Al explorar las funciones trigonométricas, podrás descubrir los secretos detrás de la música que tanto amás y aprender cómo se combinan diferentes ondas para crear sonidos asombrosos.

Además, las funciones trigonométricas son herramientas esenciales para resolver problemas relacionados con diferentes áreas. En el campo de la física, las funciones trigonométricas nos ayudan a describir y predecir el movimiento oscilatorio, como el del péndulo de un reloj o la vibración de una cuerda de guitarra. También son esenciales en la comprensión de las ondas electromagnéticas y su propagación.

En la arquitectura y la ingeniería, las funciones trigonométricas son utilizadas para calcular y diseñar estructuras, desde puentes y rascacielos hasta sistemas de energía renovable. En la astronomía, las funciones trigonométricas son fundamentales para medir distancias astronómicas, calcular trayectorias de cuerpos celestes y estudiar fenómenos como eclipses solares y lunares.

Sin las funciones trigonométricas, muchas de las maravillas tecnológicas y científicas modernas simplemente no serían posibles.

Por eso, en este proyecto *¿Qué onda?*, los y las invitamos a descubrir parte de este maravilloso mundo de las funciones trigonométricas y sus aplicaciones para modelar y crear el mundo que nos rodea. Finalmente, ustedes también van a ser parte de estas creaciones, usando las funciones trigonométricas para crear sonidos y sumergir a los espectadores en experiencias cinematográficas inolvidables.

¡Qué empiece la película!

Metas de aprendizaje

Se espera que los y las estudiantes:

1. Comprendan que hay diferentes tipos de funciones.
2. Modelicen situaciones que tienen un comportamiento periódico.
3. Coordinen diferentes tipos de registros: tablas, gráficos, coloquial y simbólico.
4. Resuelvan problemas que involucren diferentes modelos funcionales periódicos.
5. Creen diferentes tipos de sonidos utilizando funciones trigonométricas.

Contenidos que se abordan

Los contenidos que se abordan en este, y todos los proyectos de matemática de PLaNEA, están tomados textualmente del *Diseño Curricular* de la Provincia de Tucumán.

En este proyecto se abordarán principalmente contenidos del eje de álgebra y funciones y del eje de números y operaciones, a la vez que se reinvertirán conocimientos de contenidos trabajados en años anteriores.

Del eje álgebra y funciones:

- Modelización de situaciones intra- y extramatemáticas, vinculadas con la orientación y abordadas en diferentes marcos, para:
 - » La interpretación de las funciones seno, coseno y tangente expresadas mediante fórmulas y gráficos cartesianos, extendiendo las relaciones trigonométricas estudiadas al marco funcional.
 - » El estudio de las nociones de dependencia y variabilidad, seleccionando la representación, fórmulas y gráficos cartesianos adecuados a la situación.
 - » La obtención de fórmulas matemáticas que describen algunos fenómenos naturales a partir de la modelización de situaciones.
- Análisis de los ceros, máximos, mínimos, crecimiento y decrecimiento de algunas funciones a partir de su expresión analítica y/o de las variaciones producidas en los gráficos al variar ciertos parámetros (en lo posible utilizando computadoras y/o calculadoras) y las variaciones producidas en las gráficas de funciones de la forma $y = a \operatorname{sen} c(x + b)$ y para $y = a \cos c(x + b)$ al variar las constantes a , b y c .
- Interpretación del dominio, el codominio, las variables, los parámetros y, si es posible, los máximos y mínimos y los puntos de discontinuidad y asíntotas de las funciones que se modelizan, en el contexto de las situaciones referidas, en lo posible, vinculadas a la orientación del bachillerato.
- Articulación entre los diferentes tipos de registro de una función: verbal-algebraico; gráfico-algebraico; tabla-gráfico y dibujo-gráficos cartesianos realizados con recursos tecnológicos.
- Análisis de situaciones que involucren fórmulas de adición y/o multiplicación por constantes de las funciones seno y coseno.
- Resolución y propuesta de ecuaciones e identidades trigonométricas.
- Traducción del lenguaje coloquial al lenguaje algebraico o al lenguaje geométrico, y recíprocamente.

Evaluación de los aprendizajes

Las actividades propuestas en el recorrido del proyecto servirán de insumo para una evaluación formativa. Proponemos rúbricas para dos de estas actividades, una a mitad del proyecto (actividad 5 en la semana 2) y la otra al finalizarlo, que es la producción final de los y las estudiantes.

El producto final de este proyecto será la creación de diferentes tipos de sonidos usando un software para tal fin. Junto con los archivos (que serán los sonidos creados), también entregarán una producción en la que argumenten cómo han utilizado sus saberes sobre las funciones trigonométricas para la elaboración de los sonidos. La idea será crear tres sonidos con ciertas características usando los diferentes parámetros que se ponen en juego en las funciones periódicas. En la medida de lo posible, será pertinente poder compartir estas creaciones vía redes sociales en formato audio, video, foto, etcétera, para poder entusiasmar a otros sobre la importancia de saber matemática para entender y crear el mundo que nos rodea.

Durante las primeras dos semanas del proyecto, se irán construyendo algunas ideas con relación al concepto de funciones periódicas y sus diferentes representaciones. Esto será evaluado en la semana 2, actividad 5. Para esta evaluación, se propone una rúbrica que permitirá, al leer las resoluciones de los alumnos, establecer un panorama general de la situación en la que está el curso con relación a los contenidos trabajados. De todos modos, las actividades propuestas en las siguientes semanas también permitirán revisar estos conceptos. Podrán utilizar algunos de los criterios de esta rúbrica para evaluar otras actividades.

En todas las semanas, se ofrecerán actividades que servirán de inspiración para la realización del producto final.

Para evaluar el producto final y su comunicación, se presenta al final de este proyecto una rúbrica que será compartida con los y las estudiantes en la actividad 0 para que conozcan de antemano cómo se los evaluará. Además, es conveniente que los y las estudiantes vayan pensando desde la primera semana qué características les gustaría que tengan los sonidos que crearán.

Si bien presentamos rúbricas para estas dos propuestas en particular, todas las actividades permitirán ir evaluando en proceso a los y las estudiantes. Podrán elegirse, si se lo considera necesario, otras actividades para entregar o evaluar.

Tabla resumen del proyecto

Semana Pregunta guía

 S1	¿Alcanza con lo que sabemos?
 S2	¿Cómo cambian las ondas?
 S3	¿Qué onda el clima?
 S4	Integración y repaso. ¿Cómo generar onda?

Secuencia semanal de trabajo



Semana 1/

¿Alcanza con lo que sabemos?



SE ESPERA QUE LOS Y LAS ESTUDIANTES:

- Descubran patrones.
- Vivencien la necesidad de introducir funciones periódicas.
- Anticipen comportamientos.

Actividad 0. Presentación del proyecto

Esta actividad tendrá un tiempo estimado de uno o dos módulos de 40 minutos.

Momento 1. Presentación del proyecto

Cuéntenles a los y las estudiantes que la pregunta de este proyecto será *¿Qué onda?* y que la idea central será la de investigar diferentes funciones y cómo es su comportamiento, tal cual hicieron en proyectos anteriores con las funciones lineales, cuadráticas, exponenciales y logarítmicas, para poder finalmente crear diferentes tipos de sonidos usando un software para tal fin.

Para comenzar, pueden proponerles que revisen mentalmente los proyectos trabajados en años anteriores y anticipen con cuáles de esos proyectos les parece que se va a relacionar más este.

Los proyectos más relacionados son el 2 de tercer año, *¿Cómo anticipar el futuro?*, el 1 de cuarto año, *¿Cómo tomar mejores decisiones?*, y el 1 de quinto año, *¿Cómo resolver misterios?* En ellos utilizaron modelos funcionales para poder anticipar comportamientos, estudiaron fenómenos para tomar mejores decisiones o crearon modelos para investigar misterios.

Luego de indagar sobre estos proyectos, con la posibilidad de que hayan surgido los conceptos de función y modelo, continuamos con la siguiente rutina de pensamiento: *¿qué sé?, ¿qué quiero saber?, ¿qué aprendí?*



Actividad inicial individual

1. Revisá mentalmente algunos de los proyectos que estuviste trabajando en Matemática durante los años anteriores u otras cuestiones que hayas leído o estudiado, y completá la primera columna de la tabla respondiendo a la pregunta “¿Qué sé sobre el uso de la matemática para crear el mundo que nos rodea?” (también podrían plantearlo con el concepto de función o sobre los modelos si lo prefieren).
2. Luego pensá en esta pregunta: “¿Qué me gustaría saber sobre el uso de la matemática para crear el mundo que nos rodea?” (la idea es que sea sobre el mismo concepto en las tres columnas) y escribí tu respuesta en la segunda columna.
3. Dejaremos la tercera columna para el cierre de este proyecto.

¿QUÉ SÉ?	¿QUÉ QUIERO SABER?	¿QUÉ APRENDÍ?

Una vez que termines, guarda la hoja para más tarde...

Inviten a compartir sus respuestas y comenten que volverán sobre esta actividad al finalizar el recorrido de este proyecto.

En este momento, retomen lo escrito en lo referido a las dos primeras columnas y a lo que consideren que tienen que aprender sobre las funciones y los modelos para poder crear el mundo que nos rodea. La idea es poner en común qué creen que tienen que aprender y armar conjuntamente un plan de acción. Para esto, pueden hacer otras preguntas, como: ¿Cómo vamos a empezar? ¿Cómo podemos aprender esto? ¿Cuáles son las cuestiones esenciales que hay que aprender para crear sonidos? ¿Con cuáles de los temas ya trabajados les parece que se relacionarán más?

Momento II. Desafío, producto final y rúbrica

Desafío inicial

Durante este proyecto, se les irán proponiendo diferentes desafíos que les permitirán seguir profundizando sus conocimientos sobre funciones y modelos matemáticos.

El objetivo del trabajo es que ustedes puedan ir resolviendo las situaciones particulares que les vamos presentando semana a semana para comprender cómo la matemática puede servirnos para entender y crear el mundo que nos rodea.

La idea es aprender conceptos y herramientas, desarrollar habilidades del quehacer matemático que nos permitan indagar sobre los modelos matemáticos que se ponen en juego en las diferentes actividades y estudiar esos modelos para llegar a posibles resoluciones o creaciones. Finalmente, utilizarán todos sus aprendizajes para crear tres sonidos. Para uno de ellos, tendrán que proponer las características que quieren que tenga.

Producto final

Tendrán que elegir diferentes tipos de sonidos y estudiar qué características tienen, ir investigando cómo se relacionan esas diferentes características y las funciones estudiadas durante este proyecto y cómo podemos ir cambiando y combinando esas funciones para darle a nuestros sonidos las características deseadas.

Para esta creación, utilizaremos el software libre Pure Data. A lo largo del proyecto, se presentarán actividades que servirán de inspiración para poder crear sus propios sonidos, y para familiarizarse con el programa que se utilizará. Si lo desean, también pueden utilizar e indagar otros softwares.

¡Comenzamos!

Actividad 1. Preguntas para investigar

Esta actividad se desarrollará en un tiempo estimado de uno o dos módulos de 40 minutos y la propuesta de trabajo es individual.

Momento I. Formulando preguntas

Inviten a los y las estudiantes a ver la charla TED del científico Matt Walker “Dormir es tu superpoder”, que se encuentra en el siguiente link: <https://www.ted.com/talks/matt_walker_sleep_is_your_superpower/c?language=es>

Momento II.

Inviten a las y los estudiantes a responder las preguntas de la actividad “¿Cómo es tu superpoder?”.



¿Cómo es tu superpoder?

Después de haber visto la charla TED “Dormir es tu superpoder”, te invitamos a repensar cómo usás vos este superpoder pensando las siguientes preguntas:

1. ¿Qué es lo que más te llamó la atención de la charla de Matt?
2. ¿Te parece que para hacer los experimentos que comenta en su charla hay que usar matemática?
3. ¿Cómo te parece que todo esto pueda relacionarse con la matemática?
4. ¿Te animás a graficar “tus ganas de dormir” a medida que transcurren las horas del día? ¿Qué historia cuenta tu gráfico sobre “tus ganas de dormir”?
5. ¿Cómo sería ese gráfico si lo hacés a lo largo de varios días?

Momento III. Puesta en común e institucionalización

Durante este momento, la idea es que puedan compartir qué pensaron para cada una de las preguntas propuestas anteriormente. Pueden ir registrando qué fue lo que más les llamó la atención de la charla; quizás esto les sirva para luego trabajar algunos otros contenidos matemáticos.

A partir de la segunda pregunta, pueden conversar sobre los experimentos comentados por Matt en su charla o pueden buscar otros e ir imaginando entre todos qué cosas pueden haber usado de matemática. Pueden compartir cuestiones relacionadas con estadística, eje trabajado en otros proyectos, o compartir ideas sobre las modelizaciones de fenómenos que se han visto anteriormente. Pueden leer el libro *¿Por qué dormimos?*, también de Matt Walker, para compartir con sus estudiantes más experimentos al respecto. También pueden trabajar conjuntamente con algún docente del área de Ciencias Naturales. La idea de esta pregunta es que puedan vislumbrar que, independientemente del área que a uno le interese, en general, para poder sacar conclusiones científicas, hay que usar matemática.

El objetivo de la tercera pregunta es empezar a indagar sobre cómo se imaginan los y las estudiantes que esto puede relacionarse con la matemática. Podría surgir acá la idea de que pueden crearse modelos sobre el sueño. Si no se les ocurre, no conviene forzarlo, dado que se retomarán estas cuestiones en la siguiente pregunta y luego habrá una segunda actividad para este fin. El sentido de estas preguntas es empezar a abrir el juego escuchando las ideas de los y las estudiantes.

Con la cuarta pregunta se busca empezar a vislumbrar la idea de que varias de las cuestiones comentadas en la charla TED pueden ser graficadas y que, justamente, estos gráficos corresponden al gráfico de una función con una variable independiente y una variable dependiente. Inviten a los y las estudiantes a compartir los gráficos que hicieron y a contar la historia que cuentan esos gráficos sobre “las ganas de dormir” de cada uno. Propongan ponerse de acuerdo sobre cómo los van a dibujar, recordar cómo se realizaban los gráficos de las funciones de una variable independiente y discutir sobre cuáles serían las variables involucradas en estos gráficos, cuál la dependiente y cuál la independiente. Pueden también acordar la unidad de medida que utilizarán para medir el tiempo y “tus ganas de dormir”. Problematicen lo que va surgiendo para poder ir haciendo la coordinación desde el registro gráfico de la función “tus ganas de dormir” hasta su descripción en palabras. Es importante que los y las estudiantes puedan poner en palabras la historia que les cuenta un gráfico.

En la quinta pregunta la idea es ver que, posiblemente el gráfico de “tus ganas de dormir” que hicieron para la pregunta anterior, si lo dibujan para varios días, sea similar; el gráfico consistiría simplemente en ir repitiendo la curva del “primer día”.

Todo lo expuesto en esta puesta en común será retomado en la puesta en común e institucionalización de la siguiente actividad.

Actividad 2. Similitudes y diferencias

Esta actividad se desarrollará en un tiempo estimado de tres o cuatro módulos de 40 minutos y la propuesta de trabajo es en parejas.

Momento I

Propongan a los y las estudiantes leer el texto “Entendiendo tus ganas de dormir”.



Entendiendo tus ganas de dormir

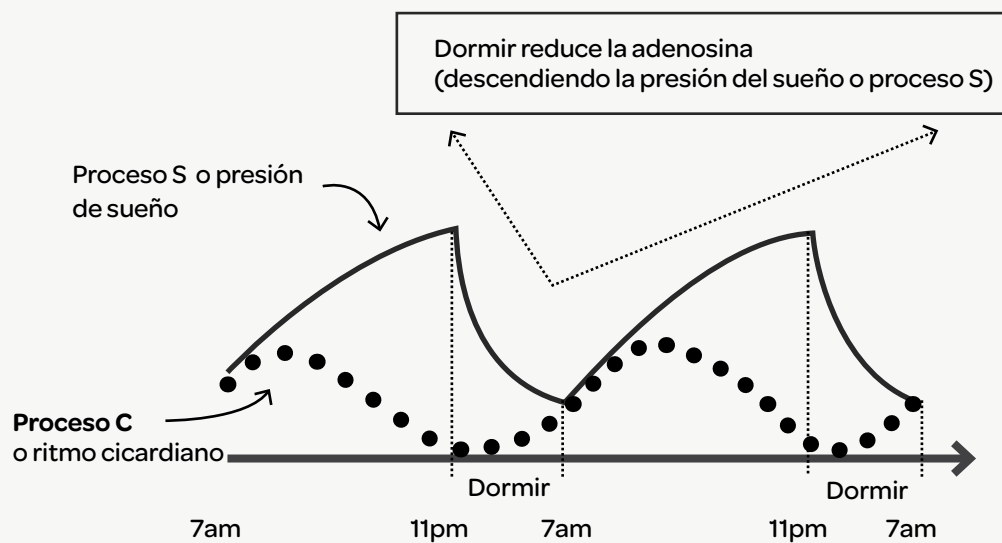
Matt Walker, autor de la charla TED “Dormir es tu superpoder”, describe en su libro *¿Por qué dormimos?* dos procesos que serían los que determinan cuándo nos dormimos.

Por un lado, tenemos el ritmo circadiano (o Proceso C). Es un ciclo de aproximadamente 24 horas que se ajusta mediante factores externos tales como el nivel de luz solar (el principal) o la temperatura, entre otros. Este reloj

interno está controlado por una estructura del cerebro denominada núcleo supraquiasmático, que controla el ciclo mediante activación o inhibición de la producción de melatonina. La melatonina es la hormona que actúa como señal para que el resto del organismo active los procesos necesarios para iniciar y mantener el sueño.

Por otro lado, el Proceso S utiliza un mecanismo diferente. Registra el tiempo que un individuo permanece despierto y, a la vez, induce de manera proporcional presión de sueño, que se traduce en un incremento de las ganas de dormir. El cerebro consigue este efecto generando una cierta cantidad de adenosina por cada instante que se permanece despierto. Cuanto mayor es la concentración de adenosina, mayor el deseo de dormir.

En esta figura se puede ver cómo se dan estos dos procesos a lo largo de algunos días si una persona duerme cada noche.



Fuente: Libro ¿Por qué dormimos?, de Matthew Walker

Preguntas para pensar:

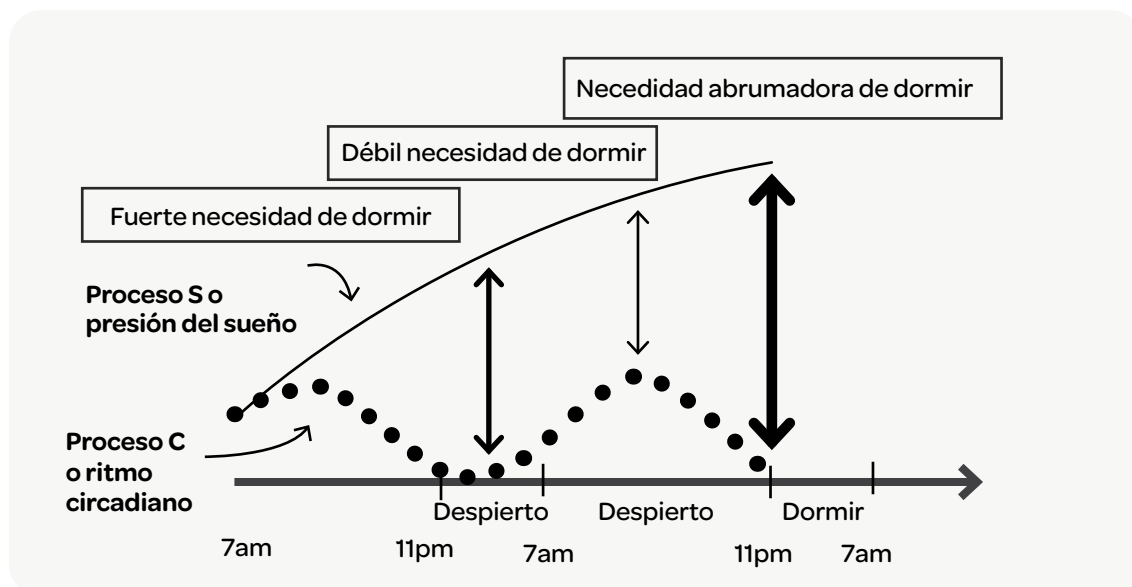
1. ¿Te animas a contar la historia que cuenta el gráfico sobre el ciclo circadiano?
2. ¿Y sobre la presión de sueño?

3. Tu gráfico sobre “tus ganas de dormir” se parece a alguno de estos dos gráficos? ¿A cuál?
4. Viendo estos dos gráficos en la figura, ¿dibujarías distinto “tus ganas de dormir”? ¿Por qué?
5. Mirando los gráficos, ¿cuándo te parece que nos dormimos? ¿Por qué?
6. En la figura propuesta en esta actividad, se supone que la persona duerme cada noche. ¿Cómo cambiaría si la persona no duerme durante la noche? ¿Cómo lo estás pensando?
7. Como mencionamos al inicio, vamos a estudiar a lo largo de este proyecto más funciones. Consultá todas tus fichas de funciones que tengas de los proyectos anteriores. ¿Podés identificar alguna función a la que se parezcan estos gráficos? ¿Por qué?

Momento II. Puesta en común e institucionalización

Durante esta puesta en común, la idea es que las parejas vayan compartiendo lo que fueron respondiendo en cada una de las preguntas, haciendo hincapié en cómo interpretar gráficos. Esto se puede ver en las primeras cuatro preguntas en las que se invita a los y las estudiantes a repensar sus propios gráficos de “tus ganas de dormir” en función de la nueva información aportada en la actividad.

Para seguir fortaleciendo la idea de la utilidad de interpretar correctamente un gráfico y la posibilidad que nos brinda a la hora de extraer conclusiones, se proponen las preguntas 5 y 6. Así, por ejemplo, nos dormiremos cuando la distancia entre las curvas de los procesos S y C sea grande, y si no dormimos una noche, el gráfico quedará del siguiente modo:



En este punto, proponemos retomar lo que puede haber surgido en las primeras preguntas junto a lo propuesto en la pregunta 7, para concluir que las funciones que describen los procesos C y S son funciones que se repiten cada cierto tiempo y entonces se llaman “funciones periódicas”. Discutir sobre el hecho de que entonces no pueden describirse mediante ninguna de las funciones vistas anteriormente, ya que ninguna de ellas es periódica.

Acá puede surgir la idea de que si bien estos gráficos no se corresponden con los vistos anteriormente, tal vez puedan generarse al combinar de alguna manera las funciones vistas previamente. Pueden ir elaborando conjuntamente con los y las estudiantes argumentos que les permitan ver que aunque realicen algunas operaciones con las funciones que ya conocen, estas no servirán para describir fenómenos que tengan un comportamiento periódico.

Antes de introducir formalmente las funciones $\sin x$ y $\cos x$, inviten a los y las estudiantes a pensar qué otras cosas que conocen podrían tener un comportamiento periódico.

Si en este momento surge alguna cuestión que implique cierta circularidad, pueden retomarla para, rememorando lo visto en el último proyecto de quinto año, *¿Cuánto nos equivocamos?*, sobre trigonometría, poder definir la función $\sin x$ y hacer el gráfico aproximado usando lo que se trabajó previamente. De forma análoga, pueden introducir la función $\cos x$ e invitar a los y las estudiantes a revisar lo visto en ese proyecto para poder realizar su gráfico.

Para hacer los gráficos de las funciones $\sin x$ y $\cos x$ utilizando lo estudiado en el proyecto anterior, pueden usar el simulador de PhET: https://phet.colorado.edu/sims/html/trig-tour/latest/trig-tour_all.html?locale=es.

Si bien en el recorrido del proyecto no aparecen ejemplos con la función $\tan x$, pueden también aprovechar lo visto previamente para introducirla.

Momento III. Actividad de metacognición

Inviten a los y las estudiantes a realizar individualmente la actividad de metacognición “Ticket de salida 1”.



TICKET DE SALIDA	Ticket de salida 1 Te invitamos a revisar esta actividad y a contarle a un amigo o amiga que haya faltado lo que más te llamó la atención de lo que aprendiste hoy.
------------------	---

Semana 2/

¿Cómo cambia la onda?



SE ESPERA QUE LOS ESTUDIANTES:

- Indaguen sobre cómo se modifican los gráficos a medida que cambiamos los parámetros.
- Estudien los intervalos de crecimiento y decrecimiento, ceros, mínimos y máximos de las funciones trigonométricas.
- Investiguen qué fenómenos pueden modelizarse utilizando funciones periódicas.

Actividad 3. El intruso

Esta actividad, que ya hemos realizado para otros tipos de funciones, se desarrolla en un tiempo estimado de dos o tres módulos de 40 minutos. El objetivo es que puedan hacer el análisis de las funciones $\sen x$ y $\cos x$ observando los gráficos realizados la clase anterior.

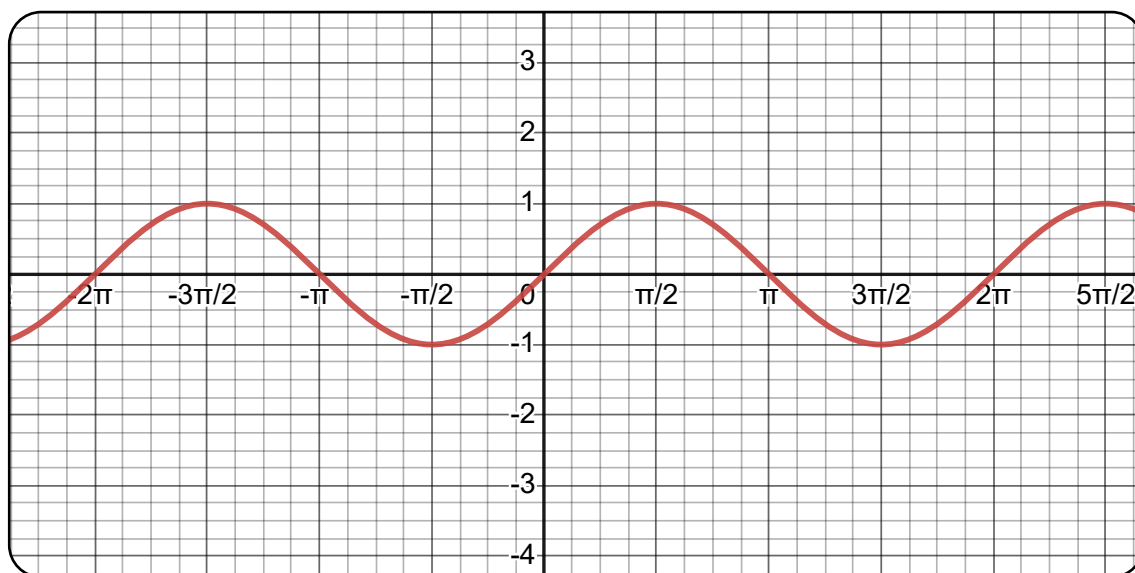
Momento I. Presentación de un ejemplo

Presenten a los y las estudiantes una típica misión de “El intruso”, que consiste en una tarjeta con tres afirmaciones verdaderas y una falsa. El objetivo es descubrir cuál es la falsa y por qué (esta es una actividad que ya hemos hecho para cerrar en su momento el trabajo tanto con funciones lineales como con funciones cuadráticas y exponenciales y logarítmicas).

En esta oportunidad, para realizar las tarjetas, vamos a elegir el gráfico de la función $\sen x$ o el de la función $\cos x$ vistos en la institucionalización anterior. Otra opción es habilitar

a los y las estudiantes a usar Desmos¹ o Geogebra² para hacer el gráfico de algún corrimiento y/o dilatación de las funciones propuestas para ampliar la posibilidad de tarjetas que se pueden hacer.

Dejamos acá un ejemplo:



Afirmación 1. El gráfico corresponde a la función $f(x) = \sin x$

Afirmación 2. La función tiene un cero o raíz en $x=0$

Afirmación 3. La función crece en el intervalo $(0,1)$

Afirmación 4. La función no tiene mínimo

Inviten a las y los estudiantes a indagar sobre estas afirmaciones y descubrir cuál es la intrusa, es decir, cuál no es correcta con relación al gráfico.

Después de darles unos minutos para que puedan pensar solos o en parejas, realicen un breve debate entre todos para compartir argumentos sobre cuáles de las afirmaciones son verdaderas, cuál falsa y por qué.

Durante esta puesta en común, también pueden recordar todas las nociones relativas al análisis de una función (dominio, raíces o ceros, conjuntos de positividad y negatividad, intervalos de crecimiento y de decrecimiento, mínimo y máximos relativos y absolutos, imagen).

¹ <<https://www.desmos.com>>.

² <<https://www.geogebra.org/?lang=es>>.

Momento II. Creando un intruso

Propongan a cada estudiante crear una ficha de intruso en relación con las funciones $\sin x$ y $\cos x$ (o habilitando variantes de estas).

Momento III. Intercambio de intrusos

Una vez que todos y todas hayan realizado su ficha de “El intruso”, propongan parejas para intercambiar sus fichas y así trabajar cada uno descubriendo la afirmación falsa de la ficha de un compañero o compañera.

Den tiempo para que todos los y las estudiantes puedan avanzar en la resolución de la ficha presentada.

Momento IV. Intercambio en parejas de intrusos

Inviten a los y las estudiantes a reunirse con la pareja con la cual intercambiaron la ficha. La idea es ir pensando juntos cómo la fueron resolviendo.

Pasen por los bancos para intervenir en los casos que vean que los y las estudiantes no pueden llegar a acuerdos, repreguntando para que puedan darse cuenta si la forma en que lo están pensando es o no correcta.

Una vez que terminan de analizar las dos fichas, pueden proponerles que piensen qué cuestiones tienen que tener en cuenta a la hora de estudiar una función.

Momento V. Afiche de funciones trigonométricas

Anoten en el pizarrón, en un afiche o en un muro virtual todas las cuestiones que los y las estudiantes van elaborando con relación a las funciones trigonométricas trabajadas. Si ven que alguna conclusión importante que debería estar en esta síntesis no aparece, pregunten dando ejemplos o retomando algunos de los ejemplos trabajados para intentar que los y las estudiantes puedan reflexionar sobre esa cuestión.

Momento VI. Actividad de metacognición

Inviten a sus estudiantes a realizar individualmente la actividad de metacognición “Ticket de salida 2”.



Ticket de salida 2

Te invitamos a revisar las actividades anteriores para completar la siguiente ficha, que seguramente te servirá de consulta para resolver nuevas situaciones. La idea es comenzar la ficha en este momento, pero te proponemos tenerla a mano para ir completándola a medida que vayamos avanzando en este proyecto.

También podés tener a mano las fichas que confeccionaste previamente sobre función lineal, función cuadrática, función exponencial y función logarítmica.

FICHA. FUNCIÓN $\text{SEN } x$

Tipo de gráfico: _____

Ordenada al origen: _____

Raíces o ceros: _____

Positividad-Negatividad: _____

Crecimiento-Decrecimiento: _____

Máximos-Mínimos: _____

Fenómenos que se modelizan con este tipo de función: _____

Otra cosa que quieras anotar: _____

FICHA. FUNCIÓN COS X

Tipo de gráfico: _____

Ordenada al origen: _____

Raíces o ceros: _____

Positividad-Negatividad: _____

Crecimiento-Decrecimiento: _____

Máximos-Mínimos: _____

Fenómenos que se modelizan con este tipo de función:

Otra cosa que quieras anotar:

Actividad 4. Gráficos y parámetros

Esta actividad se desarrollará en un tiempo estimado de tres o cuatro módulos de 40 minutos y la propuesta de trabajo es en parejas.

Momento I. Primeras exploraciones

Propongan a los y las estudiantes realizar en parejas las consignas de la actividad “Probando variantes”.

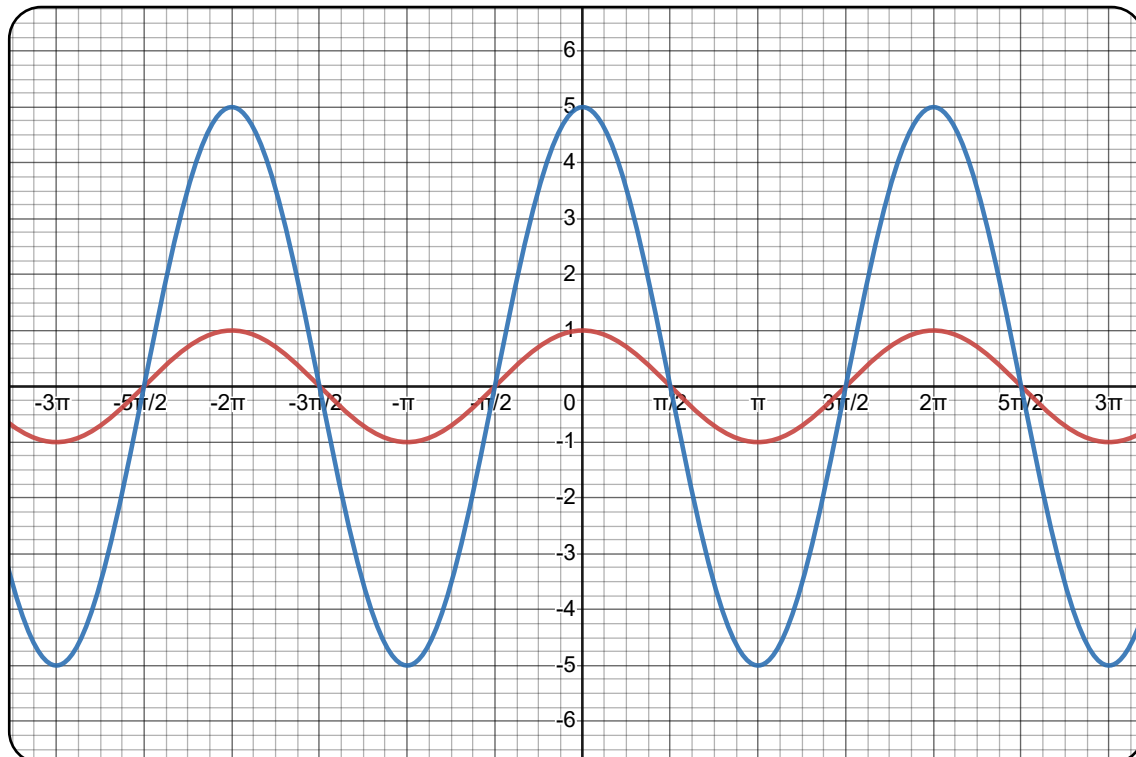


Probando variantes

Así como hicimos con otras funciones, vamos a ver cómo se modifican los gráficos al cambiar algunos parámetros en su expresión. Para inspirarte en qué cambios podés hacer, podés mirar por ejemplo lo que anotaste en las fichas de las funciones estudiadas anteriormente.

La idea es poder realizar algunos gráficos modificando algún parámetro y ver cómo se modifica el gráfico para luego, en un segundo momento, poder proponerle este desafío a otra pareja.

Por ejemplo, acá se muestran los gráficos de las funciones $f(x) = \cos x$ (en rojo) y $g(x) = 5 \cos x$ (en azul). ¿Qué relación ves entre ambos gráficos? ¿Qué se modifica?

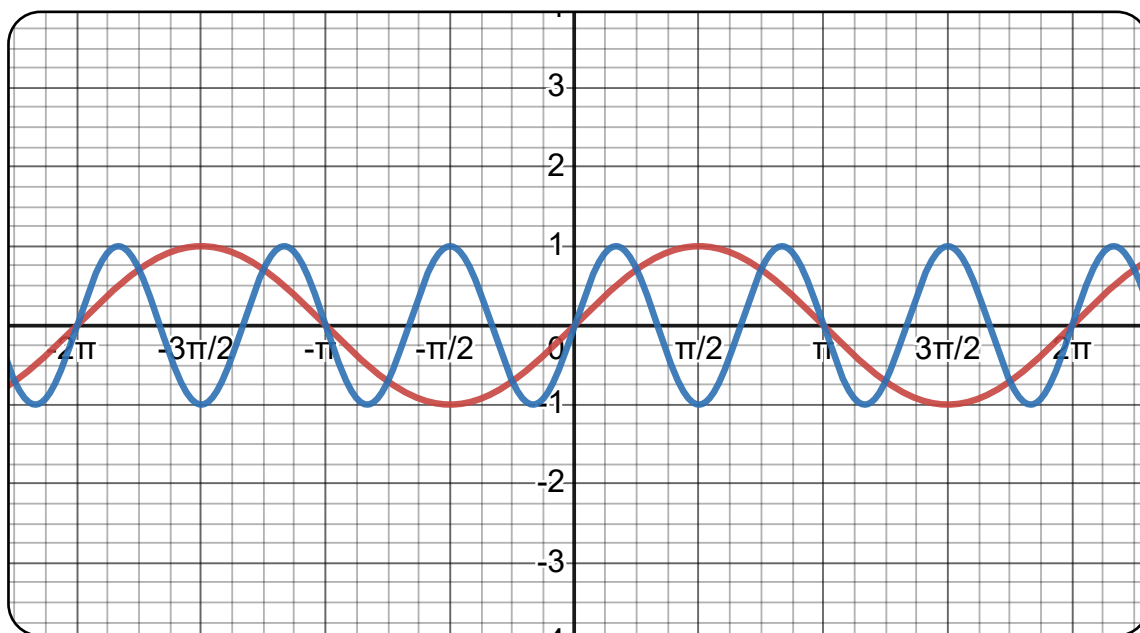


Si bien en este ejemplo se modificó el parámetro que multiplica a la función, en la primera es un 1 (por eso, como está multiplicando, es equivalente a no ponerlo) y en la segunda es un 5. Podés probar modificando otros parámetros o cambiándolos por otros números.

Te dejamos acá otro ejemplo que puede servirte de inspiración:

$f(x) = \sin x$ (en rojo)

$g(x) = \sin(3x)$ (en azul)



Momento II. Trabajo con otra pareja

Propongan a los y las estudiantes reunirse con otra pareja para compartir algunas ideas que hayan recogido del momento anterior. Para eso, trabajen con las consignas de la actividad "Primeras conclusiones".



Primeras conclusiones

Después de haber explorado cómo se modifican los gráficos cuando vamos modificando algunos de sus parámetros, reúnanse con otra pareja para poder compartir lo que fueron investigando y elaborar conjuntamente una síntesis de las conclusiones a las que llegaron.

Una vez que se hayan tomado el tiempo de resolver el/los desafío/s propuesto/s por la otra pareja, exponer sus hallazgos, escuchar los de la otra pareja y registrado sus conclusiones conjuntas, pueden resolver este nuevo desafío.

¿Cuál es cuál?

En color azul está dibujada la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sin x$. ¿Cuáles podrían ser las expresiones de las funciones graficadas en rojo del resto de los gráficos? ¿Hay una única posibilidad? ¿Por qué?

Gráfico 1

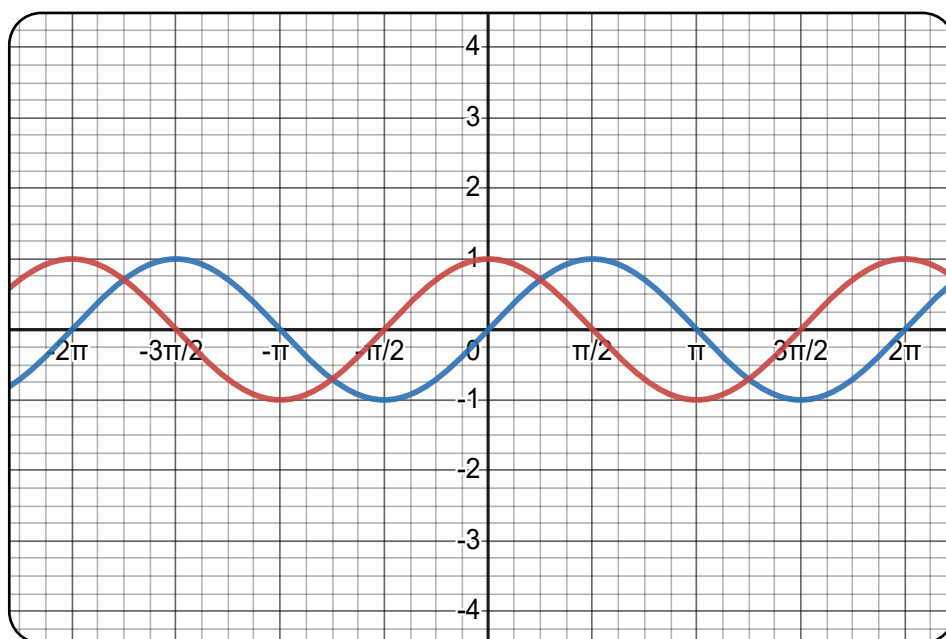


Gráfico 2

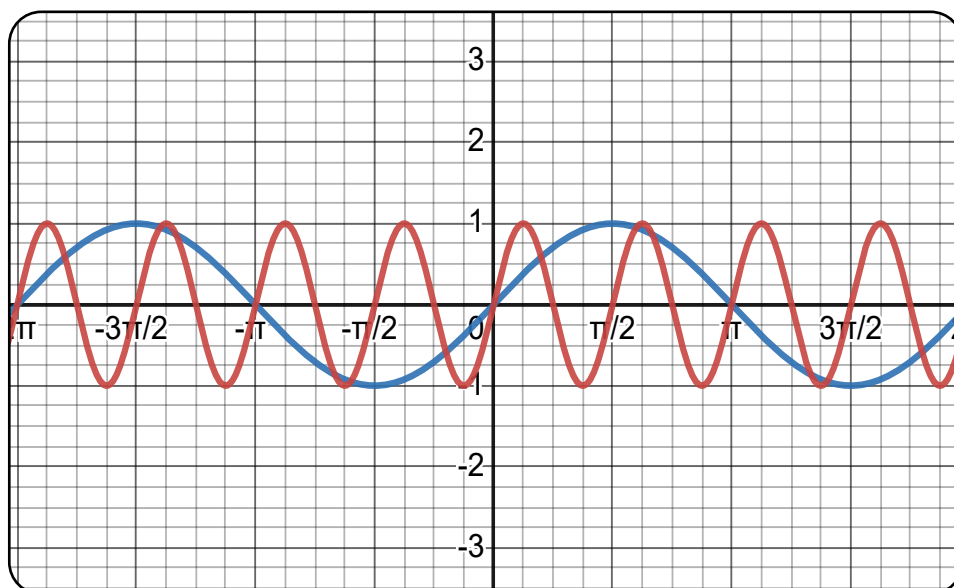


Gráfico 3

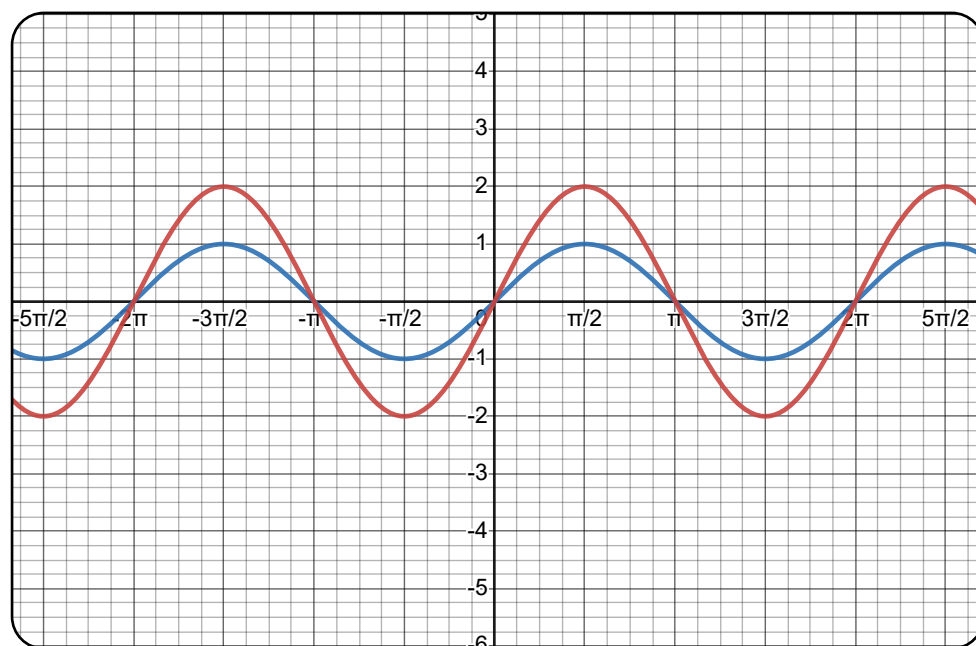


Gráfico 4

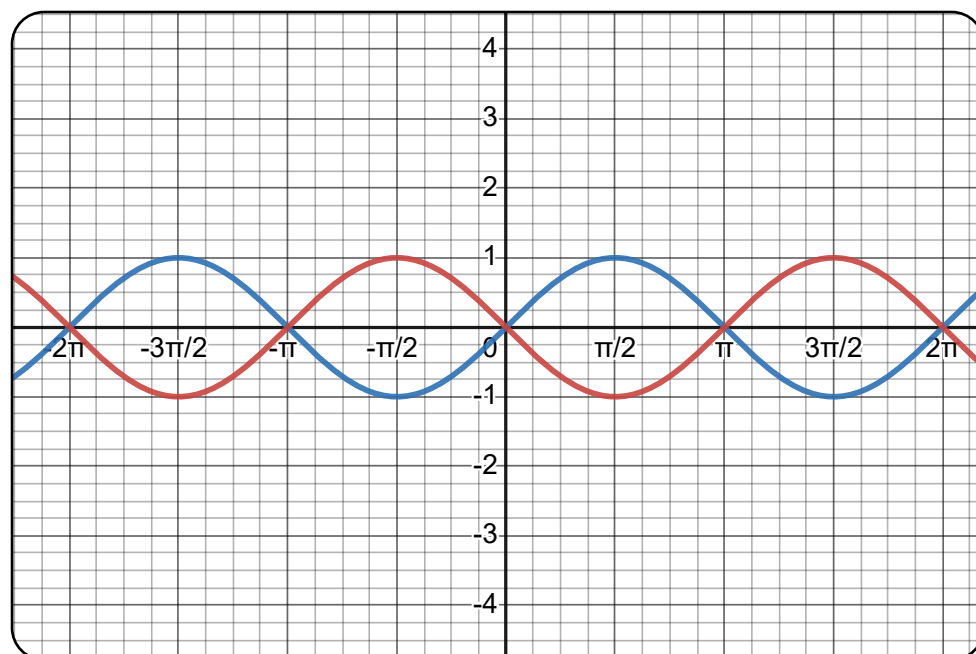
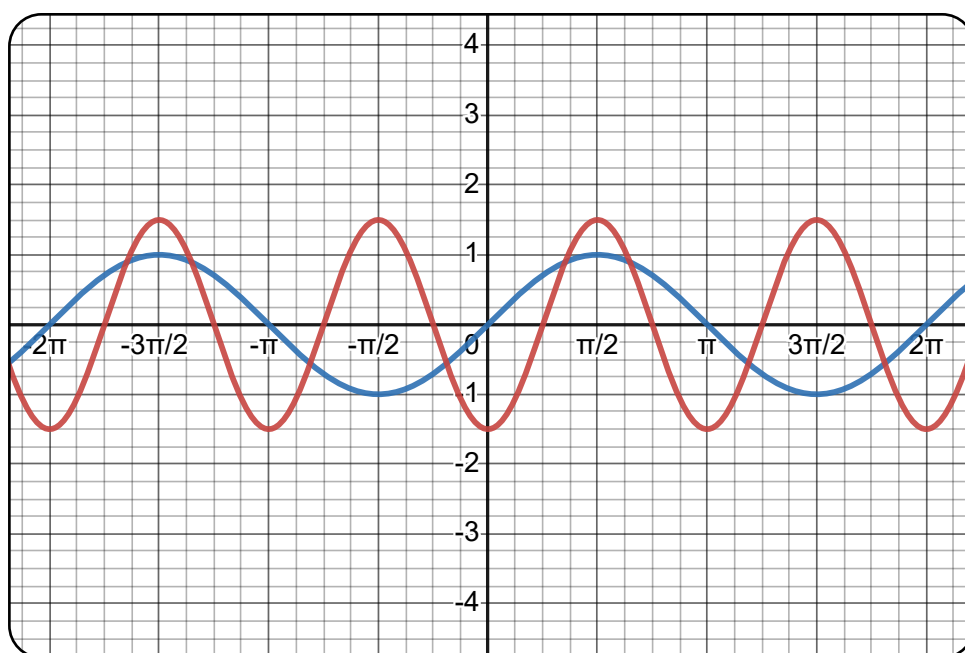


Gráfico 5



Momento III. Puesta en común e institucionalización

Comiencen invitando a sus estudiantes a compartir lo que fueron pensando para cada uno de los desafíos, de modo de ir viendo a qué conclusiones arribaron en relación con los gráficos y la modificación de los distintos parámetros de las funciones trigonométricas.

Noten que no necesariamente hay una única expresión que representa a la función periódica graficada. Pongan en discusión cuáles serían las diferentes opciones y cómo están pensando el camino para llegar a esa posible opción.

En los primeros cuatro desafíos, se puede llegar a una expresión modificando solamente un parámetro de la función original, que es la dibujada en azul ($\sin x$), mientras que en el último desafío, se han modificado tres parámetros.

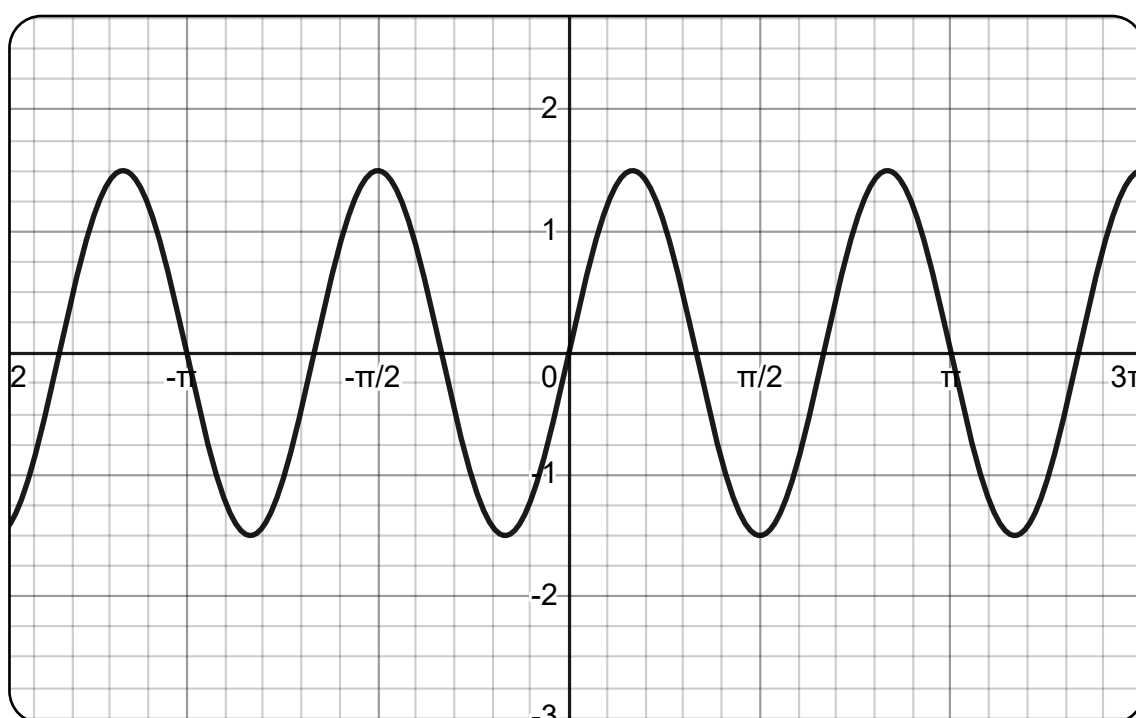
A medida que se van poniendo en palabras los cambios que hay entre los diferentes gráficos pueden aprovechar para institucionalizar los conceptos de frecuencia, amplitud y período y elaborar conjuntamente cómo calcularlos. También se puede hacer mención a los desplazamientos horizontales y verticales (ya vistos para las funciones trabajadas previamente) y ver cómo se modifican las expresiones cuando hay desplazamientos.

Para seguir fortaleciendo la comprensión, pueden usar este archivo de Desmos, donde pueden ir modificando los diferentes parámetros: <https://www.desmos.com/calculator/xhneu4ewvf> y/o usar estos nuevos desafíos:

Nuevos desafíos

Desafío 1

¿Cuál es la amplitud, el período y la frecuencia de esta función? ¿Cuál podría ser su expresión? ¿Cuál es su imagen?



Desafío 2

Graficar una función trigonométrica que tenga período π , amplitud 2 y $\pi/2$ sea una raíz. ¿Es la única opción? ¿Cuál podría ser su expresión? ¿Y si además pedimos que la imagen sea el intervalo $[1,5]$? ¿Y si en cambio pedimos que la imagen sea el intervalo $[2,3]$?

Al finalizar la puesta en común, pueden registrar en el pizarrón las conclusiones generales con relación a cómo se modifican los gráficos cuando cambiamos los diferentes parámetros. De todos modos, se retomarán estas cuestiones al finalizar esta actividad con el momento de metacognición, cuando se invita a registrarlas individualmente.

Momento IV. Actividad de metacognición

Inviten a los y las estudiantes a realizar individualmente la actividad de metacognición “Ticket de salida 3”.



TICKET DE SALIDA

Ticket de salida 3

Escribire un mensaje de WhatsApp a un compañero o compañera que haya faltado hoy contándole cómo se modifican los gráficos de las funciones trigonométricas cuando cambiamos alguno de sus parámetros.

Si lo consideras importante para que tu compañero o compañera comprenda mejor, podés también adjuntarle algunas fotos, ya sea con gráficos o fórmulas.

Además, contale cuáles son los nuevos conceptos que aprendieron en la clase de hoy, qué son, cómo se llaman y cómo se calculan.

¿Cuál/es de los desafíos que hicimos hoy le mandarías para que resuelva y así asegurarte de que está entendiendo tu explicación?

Actividad 5. Evaluación en parejas

Esta actividad se desarrollará en dos o tres módulos de 40 minutos. El objetivo es poder realizar un trabajo de autoevaluación. Comenten a sus estudiantes que la idea es hacer primero un trabajo individual y luego compartir en parejas sus resoluciones, de modo tal de poder hacer una autoevaluación en colaboración con su compañero o compañera.

Momento I. Resolviendo desafíos

Como primera parte, propongan a los y las estudiantes trabajar con las consignas de la actividad “¿Cómo vamos?”.

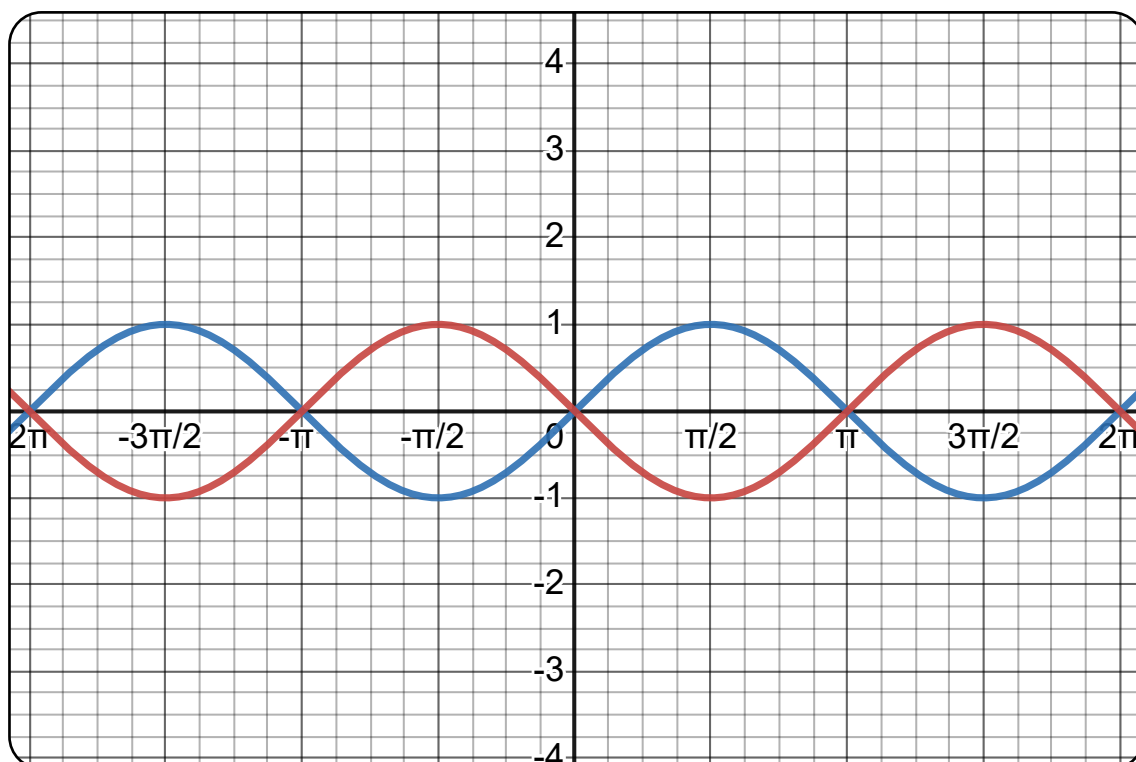


¿Cómo vamos?

Para ir monitoreando cómo vamos con el trabajo con las funciones trigonométricas, te proponemos avanzar en la resolución de estos desafíos. Elegí dos desafíos que te permitan ponerte a prueba. Si lo creés conveniente, podés resolver más de dos.

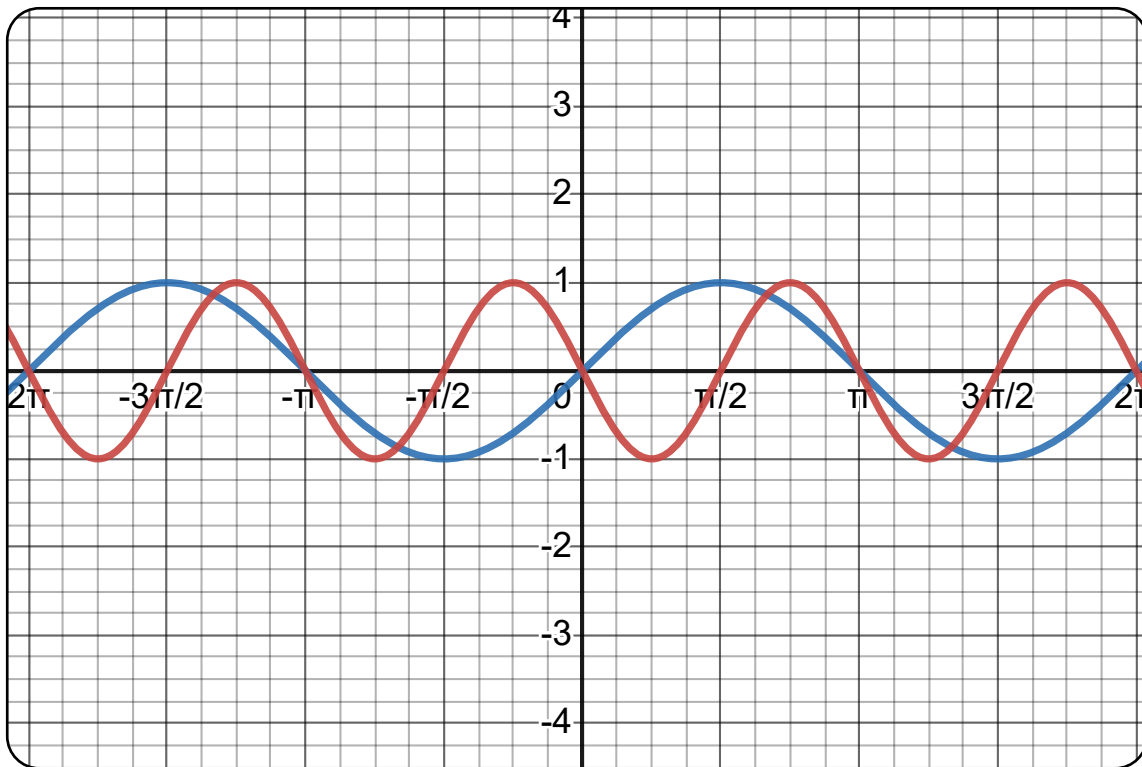
Desafío 1

1. ¿Qué tienen en común las funciones graficadas en azul y en rojo? ¿Qué cambia?
2. ¿Cómo podrían ser las expresiones de las funciones representadas en el gráfico? ¿Cómo lo pensaste?



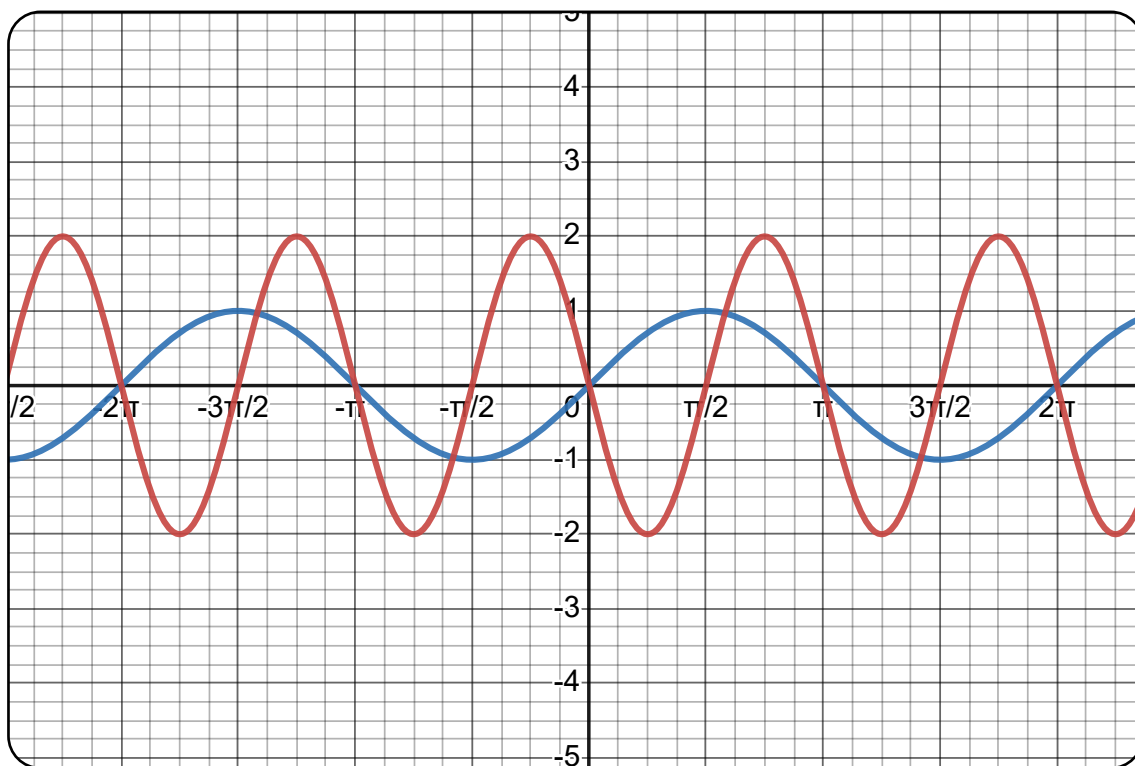
Desafío 2

1. Elegí una de las dos funciones para responder estas preguntas: ¿Cuáles son las raíces? ¿Dónde crece? ¿Dónde decrece? ¿Cuál es el valor máximo que toma la función? ¿Dónde se alcanza?
2. ¿Qué diferencias hay entre la función roja y la función azul?



Desafío 3

1. Elegí una de las dos funciones para completar lo siguiente:
Amplitud:
Período:
Frecuencia:
¿Cuál podría ser la expresión de esta función? ¿Cómo podés chequear que es correcto? ¿Por qué elegiste esa función?
2. Si ahora comparás la función que elegiste con la otra función, ¿tienen la misma amplitud, período, frecuencia? ¿Cómo lo sabés?



Desafío 4

Hacé el gráfico de una función trigonométrica que tenga de imagen el intervalo $[-3,3]$ y el período igual a π . ¿Hay una única función que cumple esto? ¿Por qué? ¿Cuál podría ser la expresión? ¿Cómo se modificaría esa fórmula si pedimos también que la imagen sea el intervalo $[-1,5]$?

Momento II. Evaluación en parejas

Una vez que los y las estudiantes hayan terminado de resolver los desafíos y tengan sus registros escritos, se juntan con un compañero o una compañera para realizar las consignas de la actividad “Evaluación en parejas”.



Evaluación en parejas

Una vez que tengas tus resoluciones escritas de los desafíos que elegiste, te juntás con un compañero o una compañera para debatir sobre sus resoluciones y llegar a conclusiones comunes. Pueden pedirle ayuda a otro compañero o compañera o a su docente, si lo necesitan. Luego utilicen la rúbrica que se presenta a continuación para hacer una autoevaluación, también pueden discutir en la pareja si en algún ítem tienen dudas.

Rúbrica de evaluación de funciones trigonométricas

	EN CAMINO	LOGRADO	AVANZADO	EXPERTO
Interpretación y coordinación de registros	Interpreto las diferentes representaciones de una función trigonométrica y las relaciono con ayuda del docente.	Interpreto las diferentes representaciones de una función trigonométrica y las relaciono, aunque necesito ayuda para poder anticipar cómo los cambios en los diferentes parámetros modifican el gráfico de la función.	Interpreto las diferentes representaciones de una función trigonométrica y las relaciono. Anticipo cómo los cambios en los diferentes parámetros modifican el gráfico de la función.	Interpreto las diferentes representaciones de una función trigonométrica y las relaciono, lo que me permite resolver cualquier tipo de desafíos. Anticipo cómo los cambios en los diferentes parámetros modifican el gráfico de la función.
Análisis de una función trigonométrica a partir del gráfico	Reconozco las raíces de una función trigonométrica y sus intervalos de crecimiento y decrecimiento con ayuda del docente.	Reconozco las raíces de una función trigonométrica y sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.	Reconozco las raíces de una función trigonométrica, sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, sus mínimos y máximos y dónde estos se alcanzan.	Reconozco las raíces de una función trigonométrica, sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, sus mínimos y máximos, y dónde estos se alcanzan, y puedo calcular la imagen. Anticipo cómo se modifican las raíces, los mínimos y los máximos, y la imagen cuando se modifican los diferentes parámetros.

Período, amplitud y frecuencia	Sé la definición de los conceptos de período, amplitud y frecuencia, aunque tengo dificultades para calcularlos cuando me dan un ejemplo.	Entiendo los conceptos de período, amplitud y frecuencia, y puedo calcularlos cuando me dan ejemplos.	Entiendo los conceptos de período, amplitud y frecuencia, y puedo calcularlos cuando me dan ejemplos. Grafico funciones trigonométricas que tengan cierto período y amplitud.	Entiendo los conceptos de período, amplitud y frecuencia, y puedo calcularlos cuando me dan ejemplos. Grafico funciones trigonométricas que tengan cierto período y amplitud. Anticipo cómo se modifican el período, la amplitud y la frecuencia cuando se modifican los diferentes parámetros, y puedo dar expresiones de funciones trigonométricas que tengan cierto período y amplitud.
--------------------------------	---	---	--	--

Momento III. Actividad de metacognición

Inviten a los y las estudiantes a realizar individualmente la actividad de metacognición "Ticket de salida 4".



Sería interesante, para poder decidir cómo continuar el trabajo con las funciones trigonométricas, que puedan recolectar las respuestas de este ticket de salida.

TICKET DE SALIDA

Ticket de salida 4

- ¿Qué desafíos elegiste resolver? ¿Por qué?
- ¿Qué aprendiste de intercambiar las resoluciones con tus compañeros y compañeras?
- ¿Qué te quedó claro sobre funciones trigonométricas?
- ¿Qué dudas te quedaron sobre funciones trigonométricas?

¿Qué onda el clima?



SE ESPERA QUE LOS Y LAS ESTUDIANTES:

- Comiencen a familiarizarse con el software de sonido Pure Data.
- Modelicen situaciones que tienen un comportamiento periódico.
- Resuelvan problemas que involucren modelos trigonométricos.

Actividad 6. Modelizando mi ciudad

Esta actividad se desarrollará en un tiempo estimado de dos o tres módulos de 40 minutos y la propuesta de trabajo es en parejas.

Momento I. Desafíos en parejas

Inviten a los y las estudiantes a realizar las consignas de la actividad “Sobre temperaturas, horas de luz y otros fenómenos” En esta actividad, los y las estudiantes podrán elegir cuáles de los fenómenos propuestos les interesa modelizar.



Sobre temperaturas, horas de luz y otros fenómenos

En esta actividad, podrán elegir alguna de las tres propuestas presentadas para investigar en profundidad. Lean cada una de ellas y decidan conjuntamente con su compañero o compañera cuál de ellas les interesa y por qué la eligen.

Propuesta 1. Sobre temperaturas

Si sos de mirar el pronóstico del tiempo o si simplemente vas percibiendo el frío o el calor que hace cada día y en cada momento del día, sabés que la temperatura va cambiando a medida que pasan las horas, a medida que pasan los días, e incluso no es la misma si estamos en verano o en invierno.

La idea de esta propuesta es investigar cómo va cambiando la temperatura en tu ciudad, o en otra que te interese, y poder presentar un modelo para mostrarles a los demás cómo se dan estos cambios y así poder predecir futuros comportamientos y/o comparar diferentes ciudades.

Para esto, te proponemos algunas preguntas guía:

1. ¿Qué datos necesitás buscar para poder hacer tu modelo?
2. ¿En qué período de tiempo te vas a concentrar? ¿En un día, una semana, un mes, un año, cinco años? ¿Por qué? ¿Qué te interesa mostrar?
3. ¿Qué opciones posibles tenés para mostrar este modelo? ¿Cuál vas a elegir? ¿Por qué?
4. ¿Te animás a encontrar una expresión funcional que describa aproximadamente tu modelo? ¿Qué tan precisa es? ¿Cómo lo pensaste?
5. ¿Cómo te parece que cambiará el modelo para la ciudad de Merlo, en San Luis? ¿Y para Bariloche? ¿Por qué te parece que será así?

Propuesta 2. Sobre horas de luz

Otra cuestión importante a tener en cuenta cuando se visita una ciudad es la cantidad de horas de luz que tiene. Seguramente sabés que en verano hay más horas de luz mientras que en invierno hay menos. Esta cantidad se modifica dependiendo de la estación del año en la que estemos. ¿Te diste cuenta de que en invierno se hace de noche más temprano?

La idea de esta propuesta es investigar cómo va cambiando la cantidad de horas de luz en tu ciudad, o en otra que te interese, y poder presentar un modelo para mostrarles a los demás cómo se dan estos cambios y así poder predecir futuros comportamientos y/o comparar diferentes ciudades.

Para esto, te proponemos algunas preguntas guía:

1. ¿Qué datos necesitás buscar para poder hacer tu modelo?
2. ¿En qué período de tiempo te vas a concentrar? ¿En un día, una semana, un mes, un año, cinco años? ¿Por qué? ¿Qué te interesa mostrar?
3. ¿Qué opciones posibles tenés para mostrar este modelo? ¿Cuál vas a elegir? ¿Por qué?
4. ¿Te animás a encontrar una expresión funcional que describa aproximadamente tu modelo? ¿Qué tan precisa es? ¿Cómo lo pensaste?
5. ¿Cómo te parece que cambiará el modelo para la ciudad de La Quiaca? ¿Y para Ushuaia? ¿Por qué te parece que será así?

Propuesta 3. Elige tu propia aventura

Como vimos en la primera semana cuando compartimos algunos gráficos para entender por qué y cuándo nos dormimos, podés pensar en los ejemplos que se comentaron u otros que te parezca que tienen un comportamiento periódico y estudiar el que más te interese.

La idea es que indagues sobre este tema y luego compartas tus avances con el resto de tus compañeros y compañeras.

Para esto, te proponemos algunas preguntas guía:

1. ¿Qué datos te interesa buscar para poder hacer tu modelo?
2. ¿Qué te interesa mostrar?
3. ¿Qué opciones posibles tenés para mostrar este modelo? ¿Cuál vas a elegir? ¿Por qué?
4. ¿Te animás a encontrar una expresión funcional que describa aproximadamente tu modelo? ¿Qué tan precisa es? ¿Cómo lo pensaste?
5. ¿Se te ocurre alguna idea que te permita comparar ese fenómeno en diferentes épocas, lugares, tiempos, etcétera?

Momento II. Puesta en común

El objetivo de esta puesta en común es empezar a indagar sobre las cuestiones a tener en cuenta para poder modelizar las situaciones planteadas, e ir sumando las ideas de las diferentes parejas.

Para empezar, se puede compartir la primera pregunta, que tiene que ver con qué van a medir, cómo lo van a medir y en qué tiempo lo van a medir (en el caso de las propuestas 1 y 2, se puede debatir sobre lo análogo para la pregunta 3). Con esta pregunta se puede retomar la idea de variable dependiente e independiente y debatir sobre cuál era la mejor unidad de tiempo a considerar (análogamente para lo que corresponda en la propuesta 3).

La segunda pregunta tiene que ver con cómo justifican las elecciones que hicieron anteriormente y en fijar el objetivo de qué quieren mostrar y en consecuencia qué se va a poder observar con el modelo que proponen. Poner sobre la mesa las diferentes opciones y las cuestiones que se pueden ver con unas y con otras. En este momento, se puede debatir si efectivamente se va a lograr el objetivo y si es o no la mejor manera de realizarlo.

Con la tercera pregunta la idea es discutir sobre los diferentes tipos de registros que tenemos para representar una función y cuál o cuáles serán los más indicados para poder mostrar lo que queremos. Es interesante que se puedan poner las diferentes ideas en debate. En general lo más conveniente para poder visualizar el modelo es realizar un gráfico aproximado con los datos que hayan podido encontrar, aunque sabemos que cada registro tiene sus ventajas y desventajas, por ejemplo el gráfico no tiene la exactitud de la expresión funcional.

La cuarta pregunta tiene dos objetivos principales. El primero es que, dados los datos, puedan encontrar una expresión que describa estos datos, que será una función trigonométrica de las trabajadas ($\sin x$ y $\cos x$) y seguir fortaleciendo la idea de cómo ajustar los parámetros para lograr ciertos gráficos. Otra cuestión importante a rescatar durante toda esta actividad es el hecho de que los modelos tienen sus limitaciones y que, en este caso, la expresión posiblemente no pase exactamente por todos los puntos, sino que es una buena aproximación. Por eso, es interesante hablar también sobre la precisión del modelo dado por la expresión funcional.

La quinta pregunta propone una anticipación que nos permitirá vislumbrar si los estudiantes han entendido cómo funciona el modelo en cuestión y, en consecuencia, cómo se modifican los parámetros para lograr modelizar situaciones diferentes.

Pueden retomar la idea de qué gráficos tendrán las ciudades que tienen “mejor clima”.

Momento III. ChatGPT

Inviten a los y las estudiantes a leer lo propuesto en la actividad “ChatGPT”³. Pueden proponer un momento de lectura individual y luego compartir lo leído o directamente hacer una lectura grupal.



ChatGPT

Siempre es interesante charlar con ChatGPT para seguir aprendiendo y seguir entendiendo cuándo podemos confiar en sus respuestas y en qué casos no nos conviene confiar tanto.

³ <<https://openai.com>>

Muchas veces nos preguntamos para qué me sirve lo que estoy aprendiendo o en qué se usa. En esta línea, le pedimos ayuda a ChatGPT y le preguntamos: “¿Cuáles te parecen las aplicaciones más interesantes para adolescentes del uso de las funciones trigonométricas?”.

Esto es lo que nos respondió:

Las funciones trigonométricas tienen una amplia gama de aplicaciones en varias disciplinas y campos, incluidas las matemáticas, la física, la ingeniería y la informática. Aquí hay algunas aplicaciones interesantes de las funciones trigonométricas que podrían ser relevantes e interesantes para los adolescentes:

1. **Gráficos y visualización:** Las funciones trigonométricas, como el seno y el coseno, se utilizan para crear gráficos y visualizaciones de fenómenos periódicos. Los adolescentes pueden utilizar estas funciones para dibujar formas, como ondas senoidales, y explorar cómo cambian los parámetros (amplitud, frecuencia, fase) afectan el resultado.
2. **Música y sonido:** Las funciones trigonométricas se utilizan en la síntesis de sonido y la producción musical. Los adolescentes pueden explorar cómo las funciones trigonométricas pueden generar diferentes formas de onda para crear sonidos y melodías utilizando software o lenguajes de programación.
3. **Movimiento y animación:** Las funciones trigonométricas también se utilizan en la animación y los gráficos por computadora para simular movimientos suaves y naturales. Los adolescentes pueden aprender cómo las funciones trigonométricas se aplican al movimiento de objetos en videojuegos o animaciones en 2D o 3D.
4. **Geometría y diseño:** Las funciones trigonométricas son útiles para resolver problemas de geometría y diseño. Los adolescentes pueden explorar cómo se utilizan estas funciones para calcular longitudes, áreas y ángulos en triángulos, o para diseñar estructuras y objetos en programas de modelado 3D.
5. **Navegación y posicionamiento:** Las funciones trigonométricas son esenciales en la navegación y el posicionamiento, como el sistema GPS. Los adolescentes pueden aprender cómo se utilizan las funciones trigonométricas para determinar la posición y la dirección utilizando coordenadas y ángulos.

Estas son solo algunas de las aplicaciones interesantes de las funciones trigonométricas. Al comprender y aplicar las funciones trigonométricas, los adolescentes pueden desarrollar habilidades en matemáticas, ciencia, tecnología y diseño, y explorar áreas emocionantes como la animación, el sonido y la programación.

Preguntas para pensar en parejas:

1. ¿Te parecen interesantes las aplicaciones que ChatGPT eligió como atractivas para adolescentes?
2. De las cinco aplicaciones que nos dio, ¿sobre cuál te interesaría más investigar?
3. ¿Qué preguntas le harías sobre la temática que elegiste para poder comprender mejor cómo son los modelos matemáticos que hay detrás?
4. Hacele esas preguntas a ChatGPT y, de acuerdo a sus respuestas, repreguntale lo que te interese, lo que no se entienda o lo que consideres que no es tan correcto. Dejamos [acá nuestra conversación](#) con ChatGPT sobre estos temas por si te sirve de inspiración.

Momento IV. Puesta en común

Inviten a los y las estudiantes a compartir sus respuestas y a debatir sobre qué cosas de las que va respondiendo ChatGPT son verdaderas, cuáles son dudosas y cuáles son incorrectas.

Esta puesta en común tiene tres objetivos principales. El primero es que los y las estudiantes compartan sus gustos por las diferentes temáticas propuestas. El segundo es reflexionar sobre la idea de que las respuestas de ChatGPT no siempre son correctas. El tercero tiene que ver con que puedan contar con esta potente herramienta para aprender nuevas cosas o indagar sobre los temas que les interesen. Además, rescatar que es muy bueno dándonos ideas de para qué sirven los diferentes contenidos matemáticos que estamos aprendiendo.

Momento V. Actividad de metacognición

Inviten a los y las estudiantes a realizar individualmente la actividad de metacognición "Ticket de salida 5".



TICKET DE SALIDA

Ticket de salida 5

Te invitamos a revisar esta actividad y responder a las preguntas:

1. ¿Qué es lo más importante que aprendiste con esta actividad?
2. ¿Qué es lo que más te interesó de esta actividad?

Actividad 7. ¿Quién es quién?

Esta actividad se desarrollará en un tiempo estimado de dos o tres módulos de 40 minutos y la propuesta de trabajo es en parejas.

Momento I. Reglas de juego

Comenten a los y las estudiantes que van a jugar a “¿Quién es quién?”, pero cada ficha corresponderá al gráfico de una función trigonométrica. (Ellos y ellas han jugado previamente a este juego para otros tipos de funciones).

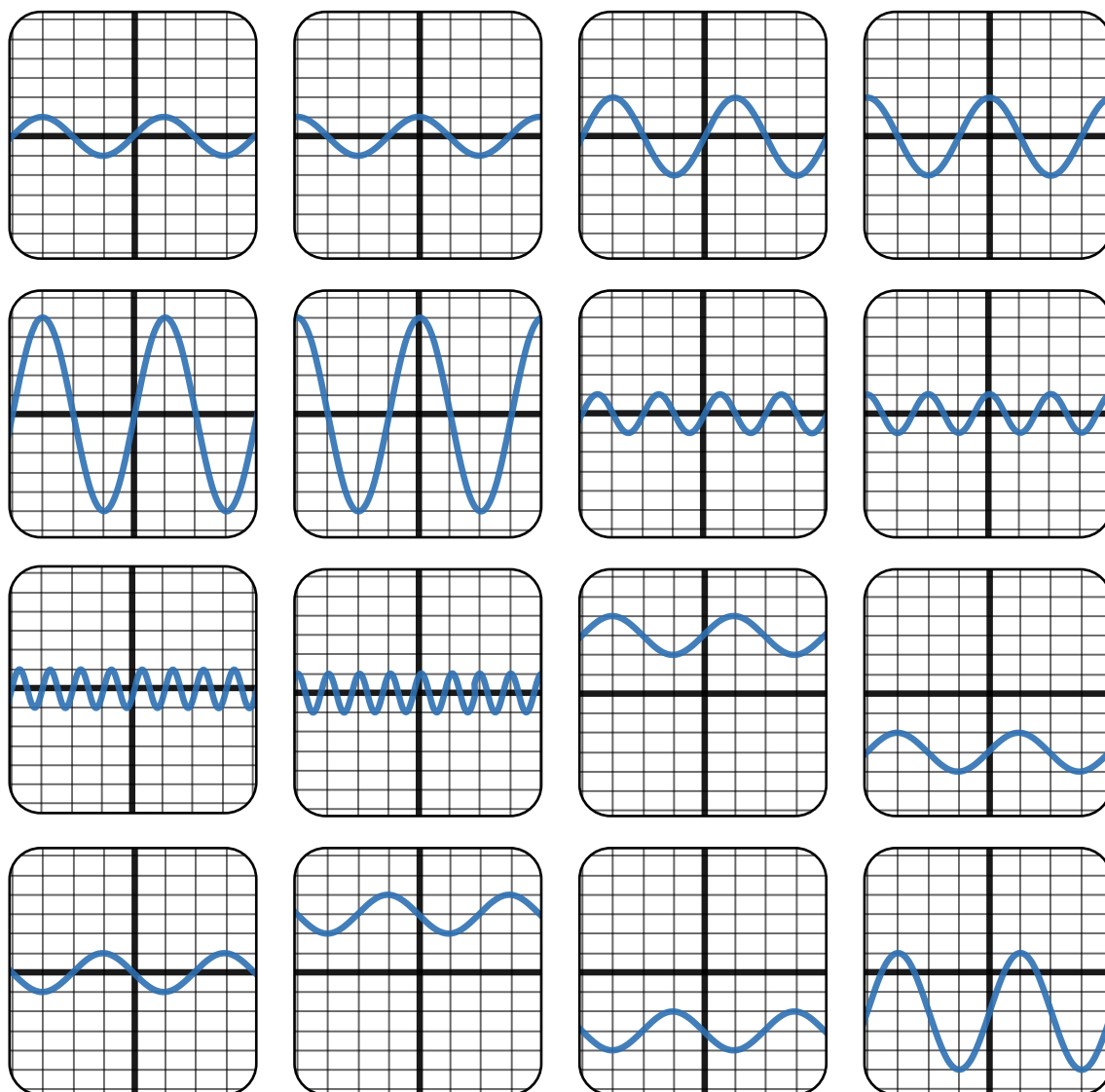
Comenten, para los que no sepan, de qué trata el juego: cada estudiante elige una ficha y el objetivo es descubrir cuál es la ficha de la o el contrincante. Para esto, solo se pueden hacer preguntas cuya respuesta es “sí” o “no”. Gana el jugador que descubre primero cuál es la ficha del contrincante.

Para jugar compartan con los y las estudiantes las 16 fichas del juego⁴

⁴ Extraídas de <<https://teacher.desmos.com/polygraph>>.



Fichas de juego



La idea es recortarlas para primero poder separar la ficha que eligen y luego poder ir dando vuelta aquellas fichas que no cumplen la descripción de la o el oponente, tal cual el “Quién es quién?”.

Momento II. ¡A jugar!

Den tiempo a los y las estudiantes para que puedan jugar dos o tres partidas, e invítenlos a que registren algunas de sus preguntas.

Momento III. Puesta en común

La idea de esta puesta en común es que los estudiantes puedan compartir algunas de las preguntas que hicieron al jugar para, por un lado, discutir si usaron correctamente los términos matemáticos aprendidos y, por otro, analizar con cuáles de ellas obtuvieron mejores resultados.

Indaguen sobre cuáles serían para ustedes las mejores preguntas y por qué. Se puede llegar a la conclusión de que aquellas preguntas que dividen al grupo que me queda en dos partes con cantidades relativamente parecidas son mejores, dado que no depende de la respuesta la cantidad de fichas que bajo.

Aprovechen esta puesta en común para fortalecer aquellos conceptos que consideren que aún no han quedado del todo claros teniendo en cuenta las preguntas que aparecen en este juego y las respuestas al ticket de salida.

Momento IV. Actividad de metacognición

Inviten a sus estudiantes a realizar individualmente la actividad de metacognición “Ticket de salida 7”.



TICKET DE SALIDA

Ticket de salida 7

Te invitamos a revisar esta actividad y contestar las siguientes preguntas:

1. Anotá tres conceptos que te parezcan clave entender para poder estudiar las funciones trigonométricas.
2. Mirando todas las fichas del “¿Quién es quién?”, ¿qué dos fichas agregarías de modo tal que adivinar la ficha resulte más complejo? ¿Cómo lo pensaste?

Actividad 8. Sonidos y Pure Data

Esta actividad se desarrollará en un tiempo estimado de tres o cuatro módulos de 40 minutos. La propuesta es trabajar en los equipos que harán el producto final.

El objetivo es que puedan empezar a ver la relación entre los diferentes sonidos y las gráficas que los describen y cómo se traducen los conceptos de período, amplitud y frecuencia a la hora de escuchar un sonido.

Como proponemos que la creación de los diferentes sonidos sea usando el software Pure Data, también aprovecharemos esta actividad para introducirlo y aprender a usarlo.

Momento I. Trabajo en equipos

En este momento la idea es poder relacionar los sonidos con las funciones trigonométricas que los describen y entender cómo cambia el sonido de acuerdo a los cambios en los parámetros de esas funciones.

Para eso les proponemos trabajar con las consignas de la actividad “Sonidos”. Previamente pueden preguntar a los y las estudiantes cómo creen que se van a relacionar las funciones trigonométricas y los sonidos.



Sonidos

Tal cual nos dijo ChatGPT, una de las aplicaciones de las funciones trigonométricas es la generación de sonidos. ¿Cómo te parece que se van a relacionar?

Para empezar a indagar sobre estas relaciones te proponemos usar este simulador de PhET y elegir la opción de sonido:

<https://phet.colorado.edu/sims/html/waves-intro/latest/waves-intro_all.html?locale=es>

Probá cómo cambiando los diferentes parámetros se van modificando los sonidos y las curvas que los describen. Registrá estos cambios y las conclusiones que vayas sacando en tu carpeta para luego compartirlas con el resto de tus compañeros y compañeras.

Momento II. Puesta en común

La idea de esta puesta en común es que los y las estudiantes puedan compartir los registros que elaboraron y poder establecer algunas conclusiones sobre la relación entre los sonidos y las curvas que los describen, y cómo se reflejan el período, la frecuencia y la amplitud de la función trigonométrica que lo representa cuando escuchamos un sonido.

Momento III. Pure Data

Comenten a sus estudiantes que para elaborar el producto final les proponemos usar Pure Data y que la idea con esta actividad es que se familiaricen con ese software. Para esto propongan realizar la actividad “Pure Data”.



Pure Data

Hay un montón de instrumentos musicales que usan cuerdas para producir el sonido. Guitarras, violines, pianos, cítaras y muchos más. Y es justamente esa vibración, a veces imperceptible a la vista, la que se transmite por el aire hasta esa máquina fabulosa que es el oído. Para que tengamos una idea de lo muy sensible que es el oído humano, vamos a decir que puede distinguir entre una cuerda que vibra quinientas veces por segundo, de otra que en el mismo segundo vibra quinientas una vez. Increíble, por cierto. Ya nos encargaremos de esto más adelante. Por ahora, ya tenemos herramientas para lo que nos interesa: el sonido se representa en forma de ondas. Esas canciones que tanto nos gustan, podemos decir, no son más que un montón de senos y cosenos. Y las que no nos gustan también.

Para poder entonces *visualizar* e incluso *escuchar* la forma de cada sonido, vamos a usar un lenguaje de programación específicamente diseñado para la producción musical. Se llama “Pure Data”, y pueden descargarlo de forma gratuita [aquí](#)⁵. El lenguaje es medio complicado para usar, así que vamos a aprovechar un sintetizador modular que viene ya programado, y es mucho más sencillo. Es el “Automatonism”. También es gratuito, y lo consiguen en el siguiente [link](#). Con todo instalado, ya podemos arrancar. Empiecen por explorar el archivo que dejamos en [este link](#). Fíjense de guardarlo en la misma carpeta en la que está el “Automatonism”. Si se fijan, los módulos llamados “Basic-osc” y “Maestro4” tienen varios deslizadores que pueden mover. Después de jugar un rato, elijan algunos de ellos, y completen la tabla a continuación. (Recordá que para mover los deslizadores, tenés que estar fuera del modo de edición. Para cambiar de modo, tenés que apretar “Ctrl + E”).

DESLIZADOR	CAMBIO EN LA ONDA	CAMBIO EN EL SONIDO

⁵ La idea es bajarse el correspondiente a su sistema operativo (Windows, los, Linux) desde donde “Get Pure Data” + el sistema operativo que tengan.

Si querés saber cómo se armó el archivo, podés ver [este video](#).

Momento IV. Actividad de metacognición

Inviten a los y las estudiantes a realizar individualmente la actividad de metacognición “Ticket de salida 8”. Sería interesante que puedan recoger estas respuestas para retomar las dudas que hayan quedado en un primer momento de la actividad propuesta para la elaboración del producto final.



TICKET DE SALIDA

Ticket de salida 8

Te invitamos a revisar esta actividad y la anterior, y contestar las siguientes preguntas:

1. ¿Cómo se relacionan las funciones trigonométricas y los sonidos?
2. ¿Qué dudas te quedaron sobre el software Pure Data?
3. ¿Qué sonidos te gustaría crear?

¿Cómo generar onda?



SE ESPERA QUE LOS Y LAS ESTUDIANTES:

- Comprendan la relación entre las funciones trigonométricas y los sonidos.
- Resuelvan problemas que involucren funciones trigonométricas.
- Coordinen los registros gráficos y las expresiones funcionales teniendo en cuenta cómo se modifican al cambiar los parámetros.

Actividad 9. Elaborando el producto final

Esta actividad se desarrollará en un tiempo estimado de tres o cuatro módulos de 40 minutos y la propuesta de trabajo es en equipos.

Momento I. Retomamos

La idea de este momento es retomar lo que escribieron en el ticket de salida anterior para poder aclarar las dudas que tengan en relación con el software Pure Data y también puedan compartir qué tipos de sonidos les gustaría crear para ir inspirándose para realizar el producto final.

Momento II. Trabajo en equipos

Propongan a sus estudiantes trabajar con las consignas de la actividad “Creación de sonidos”.



Creación de sonidos

El sintetizador modular “Automatonism”, que usamos la semana pasada, no está pensado para dar clases de matemática, sino justamente para hacer música. Si buscan por ejemplo en YouTube, van a ver que mucha gente incorpora Pure Data a su set, e incluso hace música generada exclusivamente con la computadora. Para esta parte, entonces, la idea es armar distintos patrones musicales, para crear distintos ambientes.

Empecemos por analizar algunos módulos del “Automatonism”. Les proponemos entonces que exploren estos módulos y describan con sus palabras para qué sirve cada uno. Al final de la tabla, dejamos algunos espacios en blanco para que elijan algún otro módulo que les interese:

MÓDULO	SIRVE PARA
CLOCK	
CLOCK DIVIDER	
8 - STEP	
SNARE	
LP FILTER	

Tienen [aquí](#) un ejemplo con una melodía sencilla.

Con todo esto en mente la idea es ahora justamente crear diferentes sonidos!

Para eso les proponemos crear la música de tres escenas de diferentes películas. La idea es que después de crear los sonidos se los hagan escuchar a sus compañeros y compañeras para que adivinen de qué se trata.

Les proponemos elegir dos de estas escenas:

1. Una escena de persecución en un bosque, en una película de terror.
2. El primer beso de la pareja protagonista en una comedia romántica.
3. Un paneo de cámara sobre un paisaje de montaña.

Y elegir otra que no esté en la lista así es más difícil de adivinar por sus compañeros y compañeras. Podría también ser la música de algún juego con ciertas características.

Una vez que tengan los archivos, la propuesta es que se los hagan escuchar a sus compañeros y compañeras, pero sin decirles a qué escena corresponden. Si adivinan, ¡es que lo hicieron muy bien!

¡Muchos éxitos con la creación!

Momento III. Presentación de los sonidos

Una vez que los y las estudiantes tengan sus archivos de sonidos creados, les proponemos ir escuchando cada uno de los sonidos y que en los grupos de trabajo vayan completando un registro escrito de a qué escena corresponde. Para esto se puede proponer un cuadro como el siguiente:

GRUPO/SONIDO	CORRESPONDE A UNA ESCENA...	¿POR QUÉ LO ASOCIAN A ESA ESCENA?
GRUPO 1. SONIDO 1		
GRUPO 1. SONIDO 2		
GRUPO 1. SONIDO 3		
GRUPO 2. SONIDO 1		
.....		

Momento IV. Elaborando el entregable del producto final

Cada equipo tendrá un tiempo para ordenar lo que va a presentar como producto final para la evaluación.

Esto consistirá en:

1. Los archivos de sonido.
2. El cuadro donde fueron registrando a qué escena podría corresponder el sonido escuchado (realizado en el momento anterior).
3. Las respuestas a estas preguntas:
 - a. ¿Qué es lo que más te llamó la atención de la relación entre las funciones trigonométricas y los sonidos?
 - b. ¿Qué cuestiones matemáticas tuviste en cuenta a la hora de crear los diferentes sonidos?
 - c. ¿Qué consejo le darías a aquellos que a tu criterio no han logrado realizar los sonidos que se propusieron?
 - d. Después de escuchar todos los sonidos, ¿cambiarías algo de los tuyos?

Momento V. Autoevaluación en equipo

Cada grupo de estudiantes hará la autoevaluación de su producto final utilizando la rúbrica que se comparte posteriormente. En este momento, ellos debatirán en su equipo para poder sintetizar en qué etapa de cada ítem considerado en la rúbrica se encuentran. También, como parte de la autoevaluación, podrán pensar qué recomendaciones se darían para poder avanzar en los puntos que consideren que tienen más débiles, de acuerdo a la rúbrica.

Momento VI. Intercambio con el docente

El o la docente se reúne con cada grupo para conocer la autoevaluación de cada uno en relación con la confección del producto final. En un primer momento, escuchará a los y las estudiantes. Es recomendable que el docente tenga sus propias anotaciones con relación a la rúbrica y sugerencias para avanzar en el recorrido, para poder repreguntar, principalmente en los casos en que las evaluaciones no coincidan.

La idea es dialogar y llegar a una evaluación consensuada entre estudiantes y docente, y a la vez establecer estrategias futuras para profundizar el aprendizaje.

A continuación les compartimos la rúbrica para la evaluación del producto final. Es recomendable compartirla al principio del proyecto para que los estudiantes puedan conocer previamente cómo serán evaluados.

Momento VI. Rutina de pensamiento de cierre

Propongan a sus estudiantes realizar la Rutina de Pensamiento “¿Qué sé?, ¿qué me gustaría saber?, ¿qué aprendí?” con relación al tópico de este proyecto, es decir, ¿cómo uso la matemática para crear el mundo que nos rodea? (o lo que hayan elegido en la rutina inicial). En este momento completarán la tercera columna de la ficha.

Una vez que dan tiempo para que cada uno pueda evocar el recorrido realizado, realicen una puesta en común o un afiche o muro virtual donde queden plasmados todos los aprendizajes logrados con este proyecto.



Actividad final

Revisá las diferentes actividades que fuimos haciendo a lo largo de este proyecto, las anotaciones que hiciste y lo que fuiste completando en los diferentes tickets de salida, para así poder completar la tercera columna de esta tabla referida a “¿Qué aprendí respecto del uso de la matemática para crear el mundo que nos rodea?”.

¿QUÉ SÉ?	¿QUÉ QUIERO SABER?	¿QUÉ APRENDÍ?

Rúbrica para evaluar la actividad 5 u otra que consideren

La siguiente rúbrica servirá para evaluar los aprendizajes de los y las estudiantes. Deben presentarla al comenzar la actividad para que puedan conocer de antemano cómo se-rán evaluados y evaluadas. Si bien proponemos usarla para evaluar la actividad 5, como verán, algunos ítems servirán para evaluar otras actividades que ustedes consideren. Incluso puede hacerse una autoevaluación o una evaluación entre pares.

	EN CAMINO	LOGRADO	AVANZADO	EXPERTO
Interpretación y coordinación de registros	Interpreto las diferentes representaciones de una función trigonométrica y las relaciono con ayuda del docente.	Interpreto las diferentes representaciones de una función trigonométrica y las relaciono, aunque necesito ayuda para poder anticipar cómo los cambios en los diferentes parámetros modifican el gráfico de la función.	Interpreto las diferentes representaciones de una función trigonométrica y las relaciono. Anticipo cómo los cambios en los diferentes parámetros modifican el gráfico de la función.	Interpreto las diferentes representaciones de una función trigonométrica y las relaciono, lo que me permite resolver cualquier tipo de desafíos. Anticipo cómo los cambios en los diferentes parámetros modifican el gráfico de la función.
Análisis de una función trigonométrica a partir del gráfico	Reconozco las raíces de una función trigonométrica y sus intervalos de crecimiento y decrecimiento con ayuda del docente.	Reconozco las raíces de una función trigonométrica y sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.	Reconozco las raíces de una función trigonométrica, sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, sus mínimos y máximos y dónde estos se alcanzan.	Reconozco las raíces de una función trigonométrica, sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, sus mínimos y máximos y dónde estos se alcanzan, y puedo calcular la imagen. Anticipo cómo se modifican las raíces, los mínimos y los máximos y la imagen cuando se modifican los diferentes parámetros.

Período, amplitud y frecuencia	Sé la definición de los conceptos de período, amplitud y frecuencia, aunque tengo dificultades para calcularlos cuando me dan un ejemplo.	Entiendo los conceptos de período, amplitud y frecuencia, y puedo calcularlos cuando me dan ejemplos.	Entiendo los conceptos de período, amplitud y frecuencia, y puedo calcularlos cuando me dan ejemplos. Grafico funciones trigonométricas que tengan cierto período y amplitud.	Entiendo los conceptos de período, amplitud y frecuencia, y puedo calcularlos cuando me dan ejemplos. Grafico funciones trigonométricas que tengan cierto período y amplitud.
--------------------------------	---	---	--	--

Rúbrica final

La siguiente rúbrica servirá para evaluar el producto final. Deben presentarla al comenzar el proyecto para que los y las estudiantes puedan conocer de antemano cómo se los evaluará y, a la vez, les sirva para armar y revisar sus propios trabajos antes de ser entregados. En esta oportunidad la valoración será con una escala de cuatro rangos: en camino, logrado, avanzado y experto.

	EN CAMINO	LOGRADO	AVANZADO	EXPERTO
Uso del tiempo	Tuvimos dificultades para avanzar con la creación de los sonidos en el tiempo de la clase.	Utilizamos con ayuda del docente el tiempo en clase para avanzar en la creación de los sonidos.	Utilizamos el tiempo en clase para avanzar en la creación de los sonidos.	Utilizamos el tiempo en clase para avanzar en la creación de los sonidos y la terminamos en la fecha acordada.
Trabajo en equipo	Tuvimos dificultades para escuchar las ideas de los y las demás e interferimos en que otros las escuchen.	Escuchamos las ideas de los y las demás y compartimos nuestras ideas.	Escuchamos las ideas de los y las demás y colaboramos para que todos lo hagan. Compartimos nuestras ideas con el grupo, participamos activa y colaborativamente en el trabajo propuesto.	Escuchamos las ideas de los y las demás y colaboramos para que todos lo hagan. Compartimos nuestras ideas con el grupo, participamos activa y colaborativamente en el trabajo propuesto, y ayudamos para que todos los y las integrantes del equipo puedan hacer sus aportes.
Relación entre las funciones trigonométricas y los sonidos	Tuvimos dificultades para poder relacionar las diferentes características de las funciones trigonométricas con los diferentes tipos de sonidos.	Comprendimos con la ayuda del docente la relación entre la amplitud, el período y la frecuencia de una función trigonométrica y el sonido que produce.	Comprendimos la relación entre la amplitud, el período y la frecuencia de una función trigonométrica y el sonido que produce.	Comprendimos la relación entre la amplitud, el período y la frecuencia de una función trigonométrica y el sonido que produce, y pudimos articular estas relaciones para crear los sonidos pedidos.

CREACIÓN Y RECONOCIMIENTOS DE SONIDOS	Reconocemos los diferentes tipos de sonidos.	Reconocemos los diferentes tipos de sonidos y con ayuda del docente pudimos crear nuestros propios sonidos, aunque no necesariamente estos reflejan lo pedido.	Reconocemos los diferentes tipos de sonidos y creamos nuestros propios sonidos, que reflejan lo pedido.	Reconocemos los diferentes tipos de sonidos y creamos nuestros propios sonidos, que reflejan lo pedido. Podemos explicar cómo estos sonidos creados se relacionan con las funciones trigonométricas trabajadas.
--	--	--	---	--

Bibliografía

- Ministerio de Educación de la Provincia de Tucumán (2015). *Diseño curricular para la educación secundaria*.
- Núcleos de Aprendizajes prioritarios (NAP). <<https://www.educ.ar/recursos/150199/coleccion-nucleos-de-aprendizajes-prioritarios-nap>>.
- Portal Educar. *Funciones trigonométricas - secuencia didáctica*. <<https://www.educ.ar/recursos/150199/coleccion-nucleos-de-aprendizajes-prioritarios-nap>>.
- Ritchart, R. et al. (2014). *Hacer el pensamiento visible*. Buenos Aires: Paidós.
- UNICEF, PLaNEA (2020). *¿Cómo anticipar el futuro?* Proyecto 2, Tercer año - Primer ciclo nivel secundario. Buenos Aires.
- UNICEF, PLaNEA (2021). *¿Cómo tomar mejores decisiones?* Proyecto 1, Cuarto año - Segundo ciclo nivel secundario. Buenos Aires.
- UNICEF, PLaNEA (2022). *¿Cómo funcionan las cosas?* Proyecto 1, Quinto año - Segundo ciclo nivel secundario. Buenos Aires.
- Visible Thinking. <<http://www.visiblethinkingpzs.org>>.

Notas

Notas

Notas

SEXTO AÑO MATEMÁTICA

¿Qué onda?

PLaNEA
NUEVA ESCUELA
PARA ADOLESCENTES

unicef 
para cada infancia

